கணிதம்

தரம் 7

பகுதி I

கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்



முதலாம் பதிப்பு	-	2015
இரண்டாம் பதிப்பு	-	2016
மூன்றாம் பதிப்பு	-	2017
நான்காம் பதிப்பு	-	2018
ஐந்தாம் பதிப்பு	-	2019

ISBN 978-955-25-0100-5

இந்நூல், கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களத்தினால்
இல. 35/3, கேரகல வீதி, ஹெலும்மஹர, தெல்கொடையில்
அமைந்துள்ள செனவின் தனியார் நிறுவனத்தில்
அச்சிடப்பட்டு, வெளியிடப்பட்டது.

தேசிய கீதம்

சிறீ லங்கா தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நல்லெழில் பொலி சீரணி
நலங்கள் யாவும் நிறை வான்மணி லங்கா
ஞாலம் புகழ் வள வயல் நதி மலை மலர்
நறுஞ்சோலை கொள் லங்கா
நமதுறு புகலிடம் என ஒளிர்வாய்
நமதுதி ஏல் தாயே
நம தலை நினதடி மேல் வைத்தோமே
நமதுயிரே தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நமதாரருள் ஆனாய்
நவை தவிர் உணர்வானாய்
நமதேர் வலியானாய்
நவில் சுதந்திரம் ஆனாய்
நமதிளமையை நாட்டே
நகு மடி தனையோட்டே
அமைவுறும் அறிவுடனே
அடல் செறி துணிவருளே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

நமதார் ஒளி வளமே
நறிய மலர் என நிலவும் தாயே
யாமெலாம் ஒரு கருணை அனைபயந்த
எழில்கொள் சேய்கள் எனவே
இயலுறு பிளவுகள் தமை அறவே
இழிவென நீக்கிடுவோம்
ஈழ சிரோமணி வாழ்வுறு பூமணி
நமோ நமோ தாயே - நம் சிறீ லங்கா
நமோ நமோ நமோ நமோ தாயே

ஒரு தாய் மக்கள் நாமாவோம்
ஒன்றே நாம் வாழும் இல்லம்
நன்றே உடலில் ஓடும்
ஒன்றே நம் குருதி நிறம்

அதனால் சகோதரர் நாமாவோம்
ஒன்றாய் வாழும் வளரும் நாம்
நன்றாய் இவ் இல்லினிலே
நலமே வாழ்தல் வேண்டுமன்றோ

யாவரும் அன்பு கருணையுடன்
ஒற்றுமை சிறக்க வாழ்ந்திடுதல்
பொன்னும் மணியும் முத்துமல்ல - அதுவே
யான்று மழியாச் செல்வமன்றோ.

ஆனந்த சமரக்கோன்
கவிதையின் பெயர்ப்பு.



''புதிதாகி, மாற்றமடைந்து சரியான அறிவின் மூலம்
நாட்டுக்குப் போன்றே முழு உலகிற்கும் அறிவுச் சுடராகுங்கள்''

கௌரவ கல்வி அமைச்சரின் செய்தி

கடந்து சென்ற இரு தசாப்தங்களுக்கு அண்மிய காலமானது உலக வரலாற்றில் விசேட தொழினுட்ப மாற்றங்கள் நிகழ்ந்ததொரு காலமாகும். தகவல் தொழினுட்பம் மற்றும் ஊடகங்களை முன்னணியாகக் கொண்ட பல்வேறு துறைகளில் ஏற்பட்ட துரித வளர்ச்சியுடன் இணைந்து மாணவர் மத்தியில் பல்வேறு சவால்கள் தோன்றியுள்ளன. இன்று சமூகத்தில் காணப்படும் தொழில்வாய்ப்பின் இயல்பானது மிக விரைவில் சிறப்பான மாற்றங்களுக்கு உட்படலாம். இத்தகைய சூழலில் புதிய தொழினுட்ப அறிவையும் திறனையும் அடிப்படையாகக் கொண்டதொரு சமூகத்தில் வெவ்வேறு விதமான இலட்சக்கணக்கான தொழில்வாய்ப்புகள் உருவாகின்றன. எதிர்கால சவால்களை வெற்றிகொள்ளும் பொருட்டு நீங்கள் பலம்பெற வேண்டுமென்பது கல்வி அமைச்சரென்ற வகையில் எனதும் எமது அரசினதும் பிரதான நோக்கமாகும்.

இலவசக் கல்வியின் சிறப்புமிக்கதொரு பிரதிபலனாக உங்களுக்கு இலவசமாகக் கிடைத்துள்ள இந்நூலை சீராகப் பயன்படுத்துவதும் அதன்மூலம் தேவையான அறிவைப் பெற்றுக்கொள்வதுமே உங்கள் ஒரே குறிக்கோளாக இருக்க வேண்டும். அத்துடன் உங்கள் பெற்றோர்களுட்பட மூத்தோரின் சிரமத்தினதும் தியாகத்தினதும் பிரதிபலனாகவே இலவசப் பாடநூல்களை அரசினால் உங்களுக்குப் பெற்றுத்தர முடிகிறது என்பதையும் நீங்கள் விளங்கிக்கொள்ள வேண்டும்.

ஓர் அரசாக நாம், மிக வேகமாக மாறி வரும் உலக மாற்றத்திற்குப் பொருந்தும் விதத்தில் புதிய பாடத்திட்டத்தை அமைப்பதும் கல்வித் துறையில் தீர்க்கமான மாற்றங்களை மேற்கொள்வதும் ஒரு நாட்டின் எதிர்காலம் கல்வி மூலமே சிறப்படையும் என்பதை மிக நன்றாகப் புரிந்து வைத்துள்ளதனாலேயேயாகும். இலவசக் கல்வியின் உச்சப் பயனை அனுபவித்து நாட்டிற்கு மாத்திரமன்றி உலகுக்கே செயற்றிறன்மிக்க ஓர் இலங்கைப் பிரசையாக நீங்களும் வளர்ந்து நிற்பதற்கு தீர்மானிக்க வேண்டியுள்ளது. இதற்காக இந்நூலைப் பயன்படுத்தி நீங்கள் பெற்றுக்கொள்ளும் அறிவு உங்களுக்கு உதவுமென்பது எனது நம்பிக்கையாகும்.

அரசு உங்கள் கல்வியின் நிமித்தம் செலவிடுகின்ற மிகக் கூடிய நிதித்தொகைக்கு பெறுமதியொன்றைச் சேர்ப்பது உங்கள் கடமையாவதுடன் பாடசாலைக் கல்வியூடாக நீங்கள் பெற்றுக்கொள்ளும் அறிவு மற்றும் திறன்கள் போன்றவையே உங்கள் எதிர்காலத்தைத் தீர்மானிக்கின்றன என்பதையும் நீங்கள் நன்கு கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும். நீங்கள் சமூகத்தில் எந்த நிலையிலிருந்தபோதும் சகல தடைகளையும் தாண்டி சமூகத்தில் மிக உயர்ந்ததொரு இடத்திற்குப் பயணிக்கும் ஆற்றல் கல்வி மூலமாகவே உங்களுக்குக் கிடைக்கின்றது என்பதை நீங்கள் நன்கு விளங்கிக்கொள்ள வேண்டும்.

எனவே இலவசக் கல்வியின் சிறந்த பிரதிபலனைப் பெற்று, மதிப்பு மிக்கதொரு பிரசையாக நாளைய உலகை நீங்கள் வெற்றி கொள்வதற்கும் இந்நாட்டில் மட்டுமன்றி வெளிநாடுகளிலும் இலங்கையின் நாமத்தை இலங்கச் செய்வதற்கும் உங்களால் இயலுமாகட்டும் என கல்வி அமைச்சர் என்ற வகையில் நான் பிரார்த்திக்கின்றேன்.

அகில விராஜ் காரியவசம்
கல்வி அமைச்சர்

முன்னுரை

உலகின் சமூக, பொருளாதார, தொழினுட்ப, கலாசார விருத்தியுடன் சேர்ந்து கல்வியின் நோக்கங்கள் மிக விரிந்த தோற்றமொன்றைப் பெற்றுள்ளன. மானிட அனுபவங்கள், தொழினுட்ப மாற்றங்கள் ஆராய்ச்சி மற்றும் புதிய குறிகாட்டிகளின்படி கற்றல் கற்பித்தல் செயற்பாடும் நவீனமயமாக்கப்பட்டுள்ளது. அதன்போது மாணவர் தேவைக்குப் பொருந்தும் விதமான கற்றல் அனுபவத்தை ஒழுங்கமைத்து கற்பித்தல் செயற்பாட்டை நடைமுறைப்படுத்திச் செல்வதற்கு பாடத்திட்டத்தில் காணப்படுகின்ற நோக்கங்களிற்கிணங்க பாடம் தொடர்பான விடயங்களை உள்ளடக்கிப் பாடநூல்களை ஆக்குவது அவசியமாகும். பாடநூல் என்பது மாணவரின் கற்றல் சாதனம் மாத்திரமல்ல. அது கற்றல் அனுபவங்களைப் பெறுவதற்கும் அறிவு, பண்பு விருத்திக்கும் நடத்தை மற்றும் மனப்பாங்கு வளர்ச்சியுடன் உயர்ந்த கல்வியொன்றை பெற்றுக் கொள்வதற்கும் மிகவும் உதவக்கூடியதுமாகும்.

இலவசக் கல்விக் கருத்திட்டத்தை நடைமுறைப்படுத்தும் நோக்கிலேயே தரம் 1 முதல் தரம் 11 வரையிலான சகல பாடநூல்களும் அரசினால் உங்களுக்கு வழங்கப்படுகின்றன. அந்நூல்களிலிருந்து உயர்ந்தபட்சப் பயன்களைப் பெற்றுக்கொள்வதுடன், அவற்றைப் பாதுகாப்பதும் உங்களது கடமையாகும் என்பதையும் நினைவூட்டுகின்றேன். பூரண ஆளுமைகொண்ட நாட்டிற்குப் பயனுள்ள சிறந்ததொரு பிரசையாகுவதற்கான பயிற்சியைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு இப்பாடநூல் உங்களுக்குக் கைகொடுக்கும் என நான் எண்ணுகிறேன்.

இப்பாடநூலாக்கத்தில் பங்களிப்புச் செய்த எழுத்தாளர், பதிப்பாசிரியர் குழு உறுப்பினர்களுக்கும் கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்கள உத்தியோகத்தர்களுக்கும் எனது நன்றிகள் உரித்தாகட்டும்.

டபிள்யூ. எம். ஜயந்த விக்கிரமநாயக்க
கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்
இசுருபாய
பத்தரமுல்ல.
2019.04.10

கண்காணிப்பும் மேற்பார்வையும்

டபிள்யூ. எம். ஜயந்த விக்கிரமநாயக்க - கல்வி வெளியீட்டு ஆணையாளர் நாயகம்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்.

வழிகாட்டல்

டபிள்யூ. ஏ. நிர்மலா பியசீலி - ஆணையாளர் (அபிவிருத்தி)
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்.

இணைபாக்கம்

அ. குலரத்தினம் - உதவி ஆணையாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்.

பதிப்பாசிரியர் குழு

கலாநிதி ஆர். வீ. சமரதுங்க - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கணிதத் துறை விஞ்ஞான பீடம், கொழும்புப் பல்கலைகழகம்

கலாநிதி ரொமைன் ஜயவர்தன - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கணிதத் துறை விஞ்ஞான பீடம், கொழும்புப் பல்கலைகழகம்

கலாநிதி நளின் கனேகொட - சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்
கணிதத் துறை விஞ்ஞான பீடம் கொழும்பு பல்கலைகழகம்.

எஸ். ராஜேந்திரம் - விரிவுரையாளர்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

பீ.பீ. சித்தானந்த பியாங்வெல - பணிப்பாளர்
கணிதக் கிளை, கல்வி அமைச்சு

எம். என். பீரிஸ் - விரிவுரையாளர்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்

அ. குலரத்தினம் - உதவி ஆணயாளர்
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்.

எழுத்தாளர் குழு

ஆர்.எஸ்.ஈ. புஸ்பராஜன்	-	ஓய்வு பெற்ற பணிப்பாளர்
எம்.எஸ்.ரபீது	-	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
யூ. விவேகானந்தன்	-	ஆசிரியர் சிங்கள வித்தியாலயம் டிக்கோயா.
அனுர வீரசிங்க	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் (பிரிவேனா) மாத்தரை மாவட்டம்
பி. எம். பிசோ மெனிக்கே	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயக் கல்விப் பணிமனை வாரியப்பொல
பீ. எல். மித்திரபால	-	உதவி கல்விப் பணிப்பாளர் வலயக் கல்விப் பணிமனை ஹக்மன
அஜித் ரணசிங்க	-	ஆசிரிய ஆலோசகர் வலயக் கல்விப் பணிமனை ஹோமாகம
மேர்வின் ரூபேரு குணசேகர	-	அதிபர் (ஓய்வுநிலை)
டீ. லிஸ்டன் சில்வா	-	அதிபர் (ஓய்வுநிலை)
பீ.எஸ். சமரசேகர	-	விரிவுரையாளர் கணிதத் துறை, விஞ்ஞான பீடம், கொழும்புப் பல்கலைகழகம்.
அனுராத மாரசிங்க	-	விரிவுரையாளர் கணிதத் துறை, விஞ்ஞான பீடம், கொழும்புப் பல்கலைகழகம்.
கலாநிதி ஜயம்பதிரத்னாயக்க	-	சிரேஸ்ட விரிவுரையாளர் கணிதத் துறை, விஞ்ஞான பீடம், கொழும்புப் பல்கலைகழகம்.

மொழிப்பதிப்பாசிரியர்

பீ. ராஜசேகரன் - *ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்*

சரவை நோக்கு

எம். எம் நிலாப்தின் - *ஆசிரிய ஆலோசகர்*
வலயக் கல்விப் பணிமனை பொலன்னறுவை

படங்கள்

எம். எஸ். ஆர். பெர்னாந்து - *சிரேஷ்ட பொறிலியலாளர்*
கலைத்திட்ட அபிவிருத்தித் துறை இலங்கை
ஜேர்மன் தொழினுட்ப கல்லூரி.

எம். எஸ். ரொகான் பிரியங்க - *கணினி கிரபிக்ஸ் வரைஞர்*

கணினி வடிவமைப்பு

முத்தையா காந்தரூபன் - *கணினி வடிவமைப்பாளர்*
கல்வி வெளியீட்டுத் திணைக்களம்

எழுத்தாளர் மற்றும் பதிப்பாசிரியர் குழுவினரின் குறிப்பு

2016 ஆம் ஆண்டிலிருந்து நடைமுறைப்பபடுத்தப்பட்டுள்ள புதிய பாடத்திட்டத் திற்கேற்ப ஏழாம் தர மாணவர்களுக்காக இந்நூல் எழுதப்பட்டுள்ளது.
கணித பாடத்தை தன்னால் நன்கு விருத்தி செய்துகொள்ள முடியும் என்ற மனப்பாங்கை மாணவரில் வளர்ப்பதற்கு இந்நூல் தயாரித்தலின்போது நாங்கள் முயற்சி செய்தோம்.
கணித எண்ணக் கருக்களைக் கற்பதன் ஆரம்ப அத்திவாரத்தை முறையாக வழங்குவதன் அவசியத்தை இப் பாடநூலைத் தயாரிக்கும்போது விசேடமாகக் கவனத்தில் எடுத்துக் கொண்டோம். இந்நூலானது வெறுமனே பாடசாலை வாழ்வில் நடாத்தப்படும் பரீட்சைகளை இலக்காகக்கொண்ட ஒரு கற்றல் உபகரணம் மாத்திரமல்ல. அதனை மாணவரிடம் விருத்தியடைய வேண்டிய தர்க்க சிந்தனை, ஆக்கத்திறன் என்பவற்றை வளர்க்கும் ஓர் ஊடகமாகக் கருதித் தயாரித்தோம்.
அதே போன்று மாணவர்களிடம் கணித எண்ணக்கருக்களை உறுதிப்படுத்துவதற்காக இங்கு உள்ளடக்கப்பட்டுள்ள அநேக செயற்பாடுகள், உதாரணங்கள், பயிற்சிகள் என்பன அன்றாட வாழ்வில் பொருத்தமுடையவனவாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. அதன்மூலம் கணிதமானது அன்றாட வாழ்வுடன் இணைந்த ஒரு பாடமென்பதை மாணவர் புரிந்து கொள்வர். இப்பாடநூலின் மீது மாணவரின் கவனத்தைத் திருப்புகின்ற ஆசிரியர்களும் பெற்றோரும் அவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டு மாணவரின் கற்றல் கோலத்திற்கும் அறிவு மட்டத்திற்கும் பொருத்தமான கருவிகளைத் தயாரித்துக்கொள்ள முடியும்.
பாடத்தின் மூலம் மாணவர் கற்றுக்கொள்ளவேண்டிய விடயங்கள் ஒவ்வொரு பாடத்தின் தொடக்கத்திலும் தரப்பட்டுள்ளன. பாடத்துக்குரிய விசேட விடயங்களை நினைவுபடுத்திக் கொள்வதற்காக பாடத்தின் இறுதியில் பொழிப்பு சேர்க்கப் பட்டுள்ளது. பாடசாலை தவணையொன்றின்போது செய்யபட்ட வேலைகளை மீட்பதற்கு மேலதிகப் பயிற்சிகளை முன்வைக்கும் நோக்கத்திலும் தவணை இறுதியில் ஒரு மீட்டற் பயிற்சி தரப்பட்டுள்ளது.
கணித எண்ணக் கருக்களை விளங்கிக்கொள்வதில் எல்லாப் பிள்ளைகளும் ஒரே அளவு திறனைக் காட்டுவதில்லை. எனவே அம் மாணவரின் அறிவு மட்டத்திற்கு ஏற்ப அறிந்தவற்றிலிருந்து அறியாதவற்றிற்கு மாணவரை வழி நடத்துவது அவசியமாகும். அதனை தொழில்சார் மட்டத்திலுள்ள ஓர் ஆசிரியர் சரியாகச் செய்ய முடியும் என்பதை நாம் நம்புகின்றோம்.
கற்றல் செயற்பாட்டின்போது மாணவர் தனிமையில் ஒன்றை சிந்திப்பதற்கும் வளர்ப்பதற்கும் நேரத்தை வழங்க வேண்டும். அவ்வாறே கணித விதிகள் தொடர்பான அறிவுக்கு எல்லையிடாது அதனை அனுபவித்து வளர்ப்பதற்கு சந்தர்ப்பம் வழங்க வேண்டும்.
மகிழ்ச்சியுடன் கணிதத்தைக் கற்று, தர்க்க சிந்தனையுடைய அறிவுடைய ஒரு பிரசையாவதற்கான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள் என்பது எமது பிராத்தனையாகும்.

எழுத்தாளர்கள் மற்றும் பதிப்பாசிரியர் குழு.

பொருளடக்கம்



இருபுடைச் சமச்சீர்

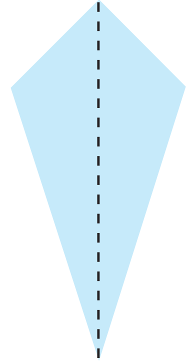
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- இருபுடைச் சமச்சீரைக் கொண்ட தளவுருக்களை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- இருபுடைச் சமச்சீரான ஓர் உருவில் அதன் சமச்சீர் அச்சை வரைவதற்கும்
- சதுரக் கோட்டுத் தாளின் மீது இருபுடைச் சமச்சீரைக் கொண்ட தளவுருக்களை அமைப்பதற்கும்

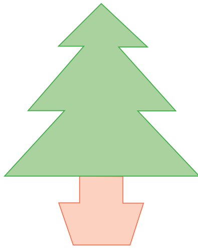
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

1.1 இருபுடைச் சமச்சீர்

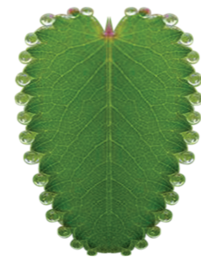
நாற்பக்கல் வடிவமுடைய நீல நிற அட்டையொன்றின் உருவம் இங்கே தரப்பட்டுள்ளது. இந்த உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள புள்ளிக் கோட்டின் வழியே மடிப்பதன் மூலம் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தும் சமனான இரண்டு பகுதிகள் பெறப்படும்.



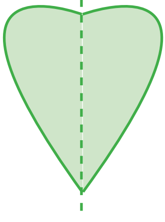
குறித்த கோடொன்றின் வழியே மடிக்கும்போது ஒன்றுடனொன்று பொருந்தும் பண்பினைக் கொண்ட மேலும் சில உருவங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

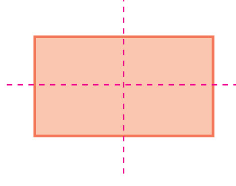


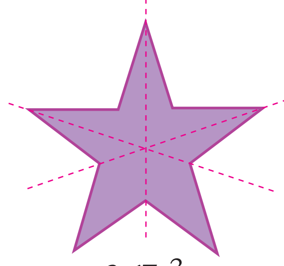


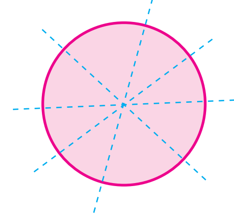


சூழலில் காணக்கூடிய அனேகமான பொருள்கள் சமனான இரு பக்கங்களாக வேறுபடுத்தக்கூடியவை. இப்பண்பானது அதன் அழகுக்கு காரணமாகின்றது. இவ்வாறான பண்புகளைக் கொண்ட தளவுருக்களையும் அடர்களையும் பற்றி மேலும் அறிந்துகொள்வோம்.


உரு 1


உரு 2


உரு 3

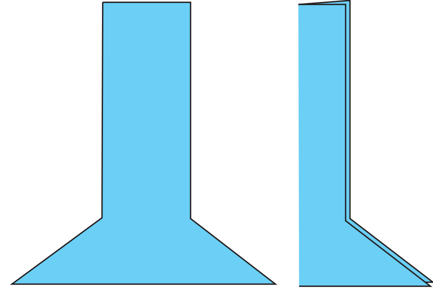

உரு 4

மேலேயுள்ள உரு 1 இல் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தக்கூடிய இரண்டு பகுதிகளாக்கும் ஒரு கோடு மாத்திரம் உண்டு. உரு 2, 3, 4 ஆகியவற்றில் ஒவ்வோர் உருவிலும் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தக்கூடிய இரண்டு பகுதிகளாக்கும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கோடுகள் உள்ளன.

செயற்பாடு 1

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உரு 1 ஐத் திசுத் தாளில் வரைந்து வெட்டி எடுக்க.

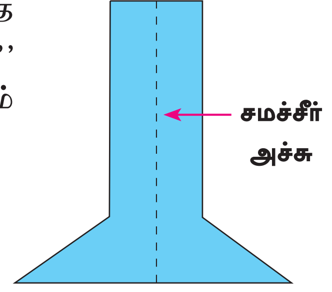
படி 2 - வெட்டியெடுத்த உருவை உரு 2 இல் உள்ளவாறு ஒன்றோடொன்று பொருந்துமாறு இரண்டு சம பகுதிகளாகும் வகையில் மடிக்க.


உரு 1 உரு 2

படி 3 - மடிப்புக் கோட்டை புள்ளிக் கோடாக வரைந்து அவ்வுருவை உமது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

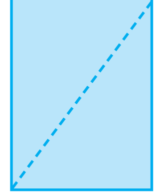
ஒரு தளவுருவானது நேர்கோடொன்றின் வழியே மடிப்பதன் மூலம் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தக்கூடிய இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிபடுமாயின் அத்தளவுரு ***இருபுடைச் சமச்சீருடைய*** தளவுரு என அழைக்கப்படும். அம்மடிப்புக் கோடானது அவ்வுருவின் ***சமச்சீர் அச்சு*** எனப்படும்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் வரைந்த புள்ளிக் கோடானது அவ்வுருவின் ''சமச்சீர் அச்சு'' எனப்படும். இவ்வுரு ஒரு சமச்சீர் அச்சை மட்டும் கொண்ட உருவாகும்.



இருபுடைச் சமச்சீர் உடைய ஓர் உருவில் சமச்சீர் அச்சின் இருபக்கமும் உள்ள பகுதிகள் இரண்டும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமனானவை ஆகும்.

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிக் கோட்டின் இரு பக்கங்களிலும் ஒன்றுக்கொன்று சமனான இரு பகுதிகள் கிடைக்கின்றன. எனினும் புள்ளிக் கோட்டின் வழியே செவ்வகத்தை மடிக்கும்போது அப்பகுதிகள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தமாட்டாது. எனவே இக்கோடு இவ்வுருவின் சமச்சீர் அச்சு அல்ல.

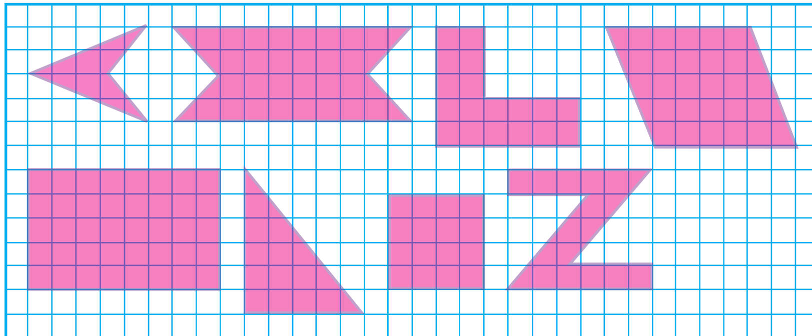


ஒரு தளவுருவை ஒரு கோட்டின் வழியே இரண்டாகப் பிரிக்கும்போது அவை ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்தாவிட்டால் அக்கோடு அவ்வுருவின் சமச்சீர் அச்சு அன்று.

1.2 சமச்சீர் அச்சுகளை வரைதல்

செயற்பாடு 2

படி 1 - கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருக்களை ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் பிரதிசெய்து வெட்டி எடுக்க.



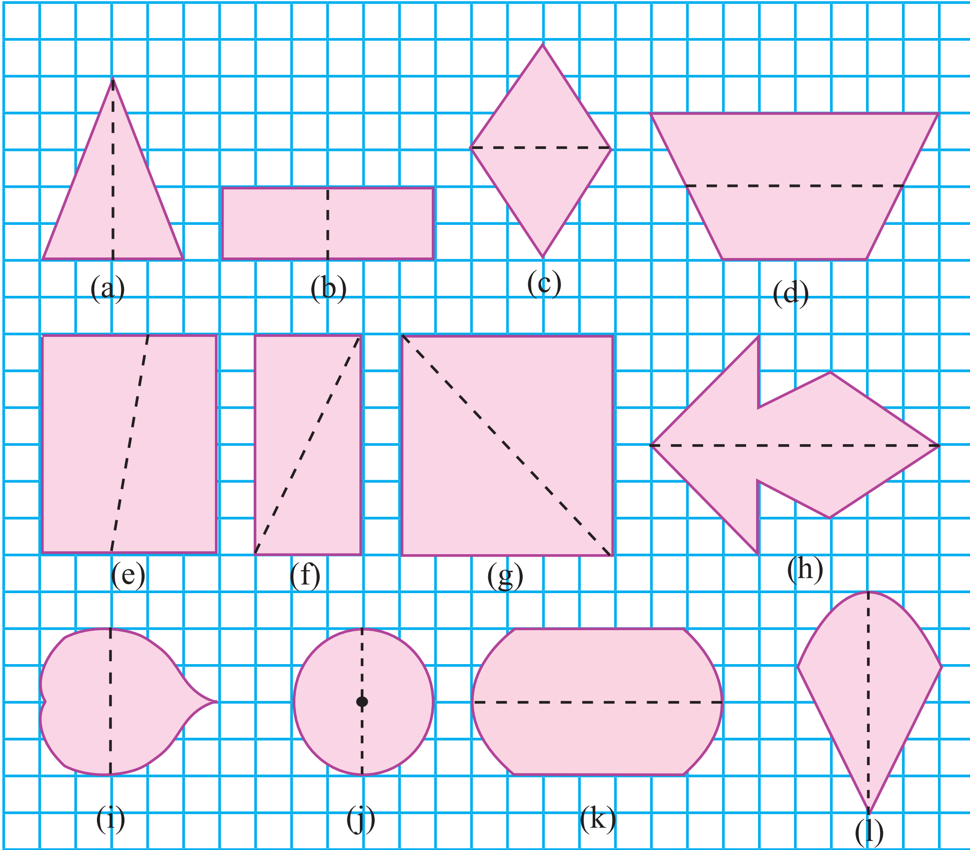
படி 2 - மேற்குறித்தவாறு வெட்டியெடுத்த உருக்களிலிருந்து இருபுடைச் சமச்சீருடைய உருக்களை வேறாக்கிக் கொள்க.

படி 3 - இருபுடைச் சமச்சீருடைய உருக்களின் எல்லாச் சமச்சீர் அச்சு களையும் வரைக.

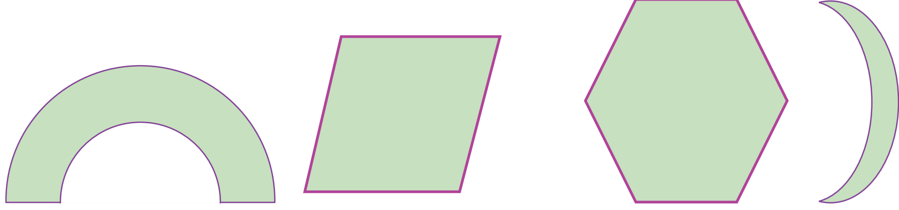
படி 4 - மேற்குறித்த சமச்சீர் அச்சுகளை வரைந்த உருக்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டி ஒவ்வோர் உருவின் அருகிலும் அதன் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையையும் எழுதுக.

பயிற்சி 1.1

1. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருக்களில் இருபுடைச் சமச்சீர் அச்சு சரியாக வரையப்பட்டுள்ள உருக்களைத் தெரிந்து அவை குறிக்கும் ஆங்கில எழுத்தை எழுதுக.



2. (i) கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவத்தையும் திசுத் தாளில் பிரதிசெய்து அவற்றின் அடர்களை வெட்டியெடுத்து, அவற்றின் சகல இருபுடைச் சமச்சீர் அச்சுகளையும் வரைக.



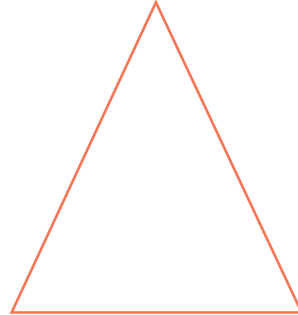
(ii) மேலே சமச்சீர் அச்சுகளைக் கொண்ட உருக்களை உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

3. (i) கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வடிவத்தினதும் அடர் களையும் ஒரு தாளில் வரைந்து வெட்டியெடுத்து அவற்றின் எல்லாச் சமச்சீர் அச்சுகளையும் வரைக.

A செவ்வக வடிவம்

B இரண்டு பக்கங்கள் சமமாகவுள்ள முக்கோணி வடிவம்





A B

(ii) மேற்குறித்த ஒவ்வோர் உருவிலும் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

(iii) மேலே பெற்ற A, B ஆகிய அடர்களை இணைப்பதன் மூலம் புதியதொரு சமச்சீர் உருவை அமைத்து அதனை உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

4. இங்கு தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து அவற்றில் சரியானவற்றின் எதிரே "✓" என்ற அடையாளத்தையும் பிழையானவற்றின் எதிரே "✗" என்ற அடையாளத்தையும் இடுக.

(i) இருபுடைச் சமச்சீருடைய ஓர் உருவில் சமச்சீர் அச்சின் இரண்டு பக்கங்களிலும் உள்ள இரு பகுதிகளும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமமானவை ஆகும்.

(ii) இருபுடைச் சமச்சீரான ஓர் உருவில் ஒன்றிற்கும் மேற்பட்ட சமச்சீர் அச்சுகள் உள்ள சந்தர்ப்பங்கள் உள்ளன.

(iii) வட்ட அடரொன்றுக்குரிய சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை, சதுர அடரொன்றுக்குரிய சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையிலும் பார்க்கக் கூடியது.

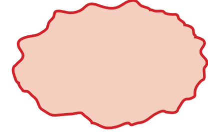
(iv) இருபுடைச் சமச்சீரான ஓர் உருவுக்கு இருக்கத்தக்க அதிகூடிய சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை ஒன்று ஆகும்.

(v) ஓர் இருபுடைச் சமச்சீர் உள்ள உருவை ஒரு சமச்சீர் அச்சின் வழியே வெட்டி இரு பகுதிகளாக வேறாக்கும்போது பெறப்படும் ஒவ்வொரு பகுதியும் இருபுடைச் சமச்சீரானது ஆகும்.

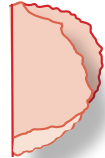
1.3 இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுருக்களை அமைத்தல்

செயற்பாடு 3

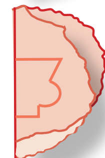
படி 1 - ஏதாவது வடிவம் கொண்ட ஒரு தாள், கத்தரிக் கோல் என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்க.



படி 2 - தாளை விரும்பியவாறு இரண்டாக மடிக்க.



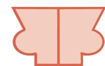
படி 3 - மடிப்புக் கோடும் உருவினுள் அடங்கும் வகையில் விருப்பமான ஒரு வடிவத்தை வரைக.



படி 4 - வரைந்த உருவை வெட்டியெடுக்க.



படி 5 - வெட்டியெடுத்த உருவை விரிக்க.

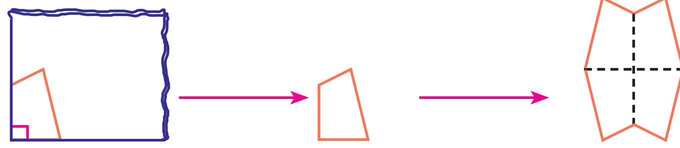


மேற்படி செயற்பாட்டின் இறுதியில், இருபுடைச் சமச்சீருடைய ஓர் உரு பெறப்படும். அவ்வுருவில் ஆரம்பத்தில் தாளை மடித்த கோடு சமச்சீர் அச்சாக அமைகின்றது.

செயற்பாடு 4

படி 1 - மேலுமொரு தாளை எடுத்து ஒரு செங்கோண மூலை பெறப்படுமாறு இரு தடவைகள் மடிக்க.

படி 2 - அச்செங்கோண மூலையும் உட்படுமாறு ஓர் உருவை வரைந்து வெட்டி எடுக்க. அதனை விரிப்பதன் மூலம் மடிப்புக் கோடுகள் வழியே இரண்டு சமச்சீர் அச்சுகளைக் கொண்ட ஓர் உருவைப் பெறுக.



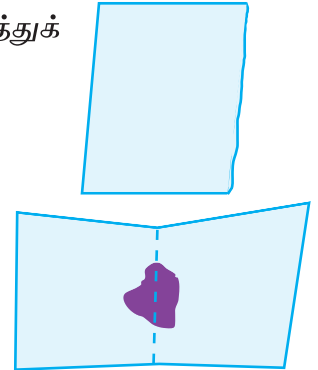
படி 3 - இவ்வாறாக பல்வேறு சமச்சீர் உருக்களை வெட்டி எடுக்க.

செயற்பாடு 5

படி 1 - ஒரு தாள், சிறிதளவு நிறப் பூச்சு என்பவற்றைப் பெற்றுக் கொள்க.

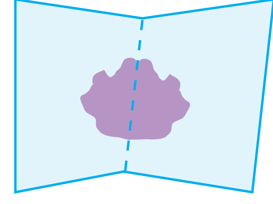
படி 2 - தாளை விரும்பியவாறு இரண்டாக மடித்துக் கொள்க.

படி 3 - மடித்த தாளை விரித்து அதன் ஒரு பகுதியில் மடிப்புக் கோடும் அடங்குமாறு அருகே ஒரு துளி நிறப் பூச்சை இடுக.



படி 4 - மீண்டும் தாளை மடிப்புக் கோட்டின் வழியே மடித்து நன்றாக அழுத்துக.

படி 5 - தாளை மீண்டும் விரிக்க.



மேற்குறித்த படிமுறைகளின் இறுதியில் இருபுடைச் சமச்சீருடைய ஓர் உரு பெறப்படும்.

படி 6 - மேற்குறித்தவாறு பல்வேறு நிறங்களையுடைய நிறப்பூச்சுகளைப் பயன்படுத்தி அல்லது நிறப்பூச்சின் அளவை அல்லது அழுத்தும் முறையை மாற்றி மேலும் இவ்வாறான உருக்களைப் பெறுக.

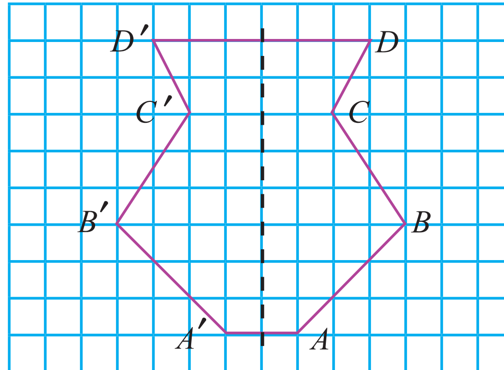
ஒப்படை

- தாளை மடித்து உருக்களை வெட்டியும் நிறப் பூச்சை இட்டுத் தாளை மடித்தும் மேலே செயற்பாடுகளில் தயாரித்தவாறு பல்வேறு இருபுடைச் சமச்சீருடைய தள உருக்களை அமைக்க.

- அமைத்த சமச்சீர் உருக்களைப் பயன்படுத்தி அழகிய சுவர் அலங்காரமொன்றை ஆக்குக.

1.4 இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுருக்களை வரைதல்

இங்கு தரப்பட்டுள்ள சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரையப்பட்டுள்ள சமச்சீர் உருவை கருதுவோம்.



இவ்வுருவில் சமச்சீர் அச்சு நிலைக்குத்தாகவுள்ள புள்ளிக் கோட்டின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளது. நேர்கோட்டுத் தளவுரு ஒன்றின் நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளி அத்தளவுருவின் **உச்சிகள்** ஆகும். வழக்கமாக உச்சிகள் ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துகளால் பெயரிடப்படும்.

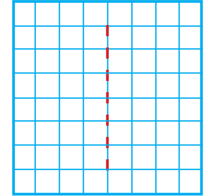
உருவில் சமச்சீர் அச்சுக்கு வலப்பக்கமாக உள்ள பகுதியில் A, B, C, D ஆகிய உச்சிகள் அமைந்துள்ளன. அச்சுக்கு இடதுபக்கத்தில் உள்ள A', B', C', D' ஆகிய உச்சிகள் அமைந்துள்ள விதத்தினை இப்போது ஆராய்வோம்.

சமச்சீர் அச்சிலிருந்து A காணப்படும் அதே அலகு தூரத்திலேயே A' உம் காணப்படுகின்றது. இங்கு A' ஆனது A இற்கு **ஒத்த உச்சி** ஆகும்.

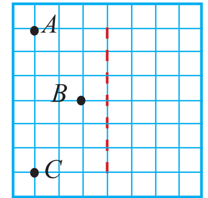
மேலும் B', C', D' என்பனவும் முறையே B, C, D என்பவற்றிற்கு ஒத்த உச்சிகள் ஆகும்.
ஒத்த உச்சிகளை இனங்கண்டு சதுரவலையின் மீது சமச்சீர் உருக்கள் வரையும் முறையை ஆராய்வோம்.

செயற்பாடு 6

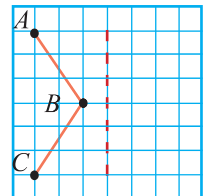
படி 1 - உருவில் காட்டியவாறு சதுரக்கோட்டுத் தாளில் நிலைக்குத்துக் கோடொன்றைத் தெரிவுசெய்து அதனைப் புள்ளிக் கோடாக வரைக.



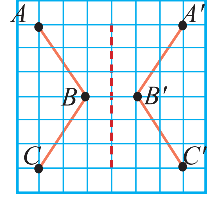
படி 2 - புள்ளிக் கோட்டின் இடது பக்கத்தில் மூன்று புள்ளிகளைத் தெரிவுசெய்து அப்புள்ளிகளை முறையே A, B, C எனப் பெயரிடுக.



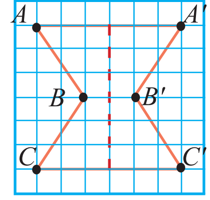
படி 3 - A, B ஆகிய புள்ளிகளையும் B, C ஆகிய புள்ளிகளையும் நேர்கோட்டுத் துண்டங்களால் இணைக்க.



படி 4 - புள்ளிக் கோட்டின் வலது பக்கத்தில் இப்புள்ளிகளுக்கு ஒத்த புள்ளிகளைக் குறித்து அவற்றை A', B', C' எனப் பெயரிட்டு A', B' ஆகிய புள்ளிகளையும் B', C' ஆகிய புள்ளிகளையும் முறையே இணைக்க.



படி 5 - A, A' ஆகிய புள்ளிகளையும் C, C' ஆகிய புள்ளிகளையும் நேர்க்கோட்டுத் துண்டங்களினால் இணைக்க.

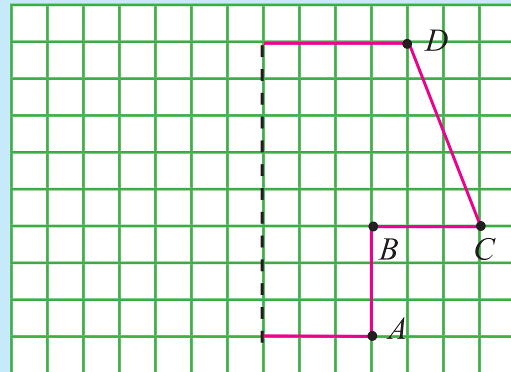


இப்போது புள்ளிக் கோட்டைச் சமச்சீர் அச்சாகக் கொண்டதும் குறித்த புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்டதுமான இருபுடைச் சமச்சீர் உரு ஒன்று பெறப்பட்டுள்ளது.

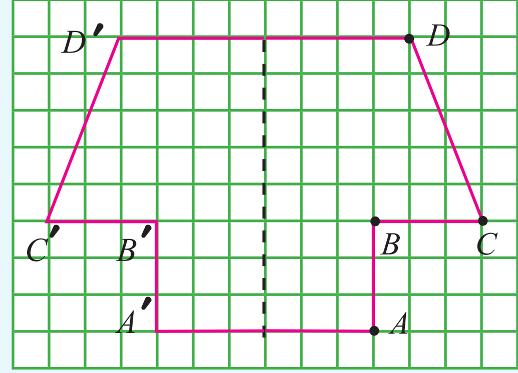
மேற்குறித்த பண்புகளைப் பயன்படுத்தி சமச்சீரான உருவங்களை வரையும் விதம் பற்றி ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

புள்ளிக் கோட்டினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோடானது சமச்சீர் அச்சாகும் வகையில் இருபுடைச் சமச்சீருடைய உருவத்தைப் பூரணப்படுத்துக.



A, B இலிருந்து சமச்சீர் அச்சுக்குள்ள தூரம் 3 அலகுகளுக்குச் சமனாகும். எனவே, சமச்சீர் அச்சிலிருந்து 3 அலகு தூரத்தில் A, B இற்கு ஒத்த புள்ளிகளான A', B' ஐக் குறிப்போம்.



அவ்வாறே 7 அலகுகள் தூரத்தில் C இற்கு ஒத்த புள்ளியான C' ஐயும் 5 அலகுகளின் தூரத்தில் D இற்கு ஒத்த புள்ளியான D' ஐயும் குறித்து இணைப்பதன் மூலம் இருபுடைச் சமச்சீரான ஓர் உரு பெறப்படும்.

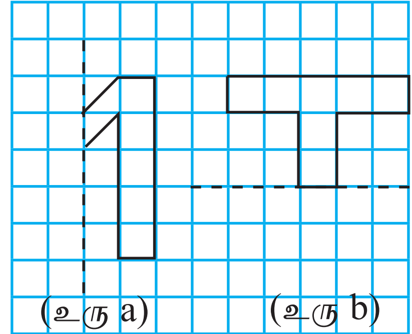
பயிற்சி 1.2

1. (i) தரப்பட்டுள்ள உரு a ஐ சதுரக் கோட்டுத்தாள் கொண்ட அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து கொள்க.

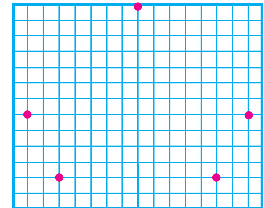
   (ii) புள்ளிக் கோட்டினால் காட்டப்பட்டுள்ள சமச்சீர் அச்சின் மீது ஒரு தளவாடியை வைத்து சமச்சீரான ஓர் உருவைப் பார்க்க.

   (iii) சமச்சீரான உருவைப் பூரணமாக வரைக.

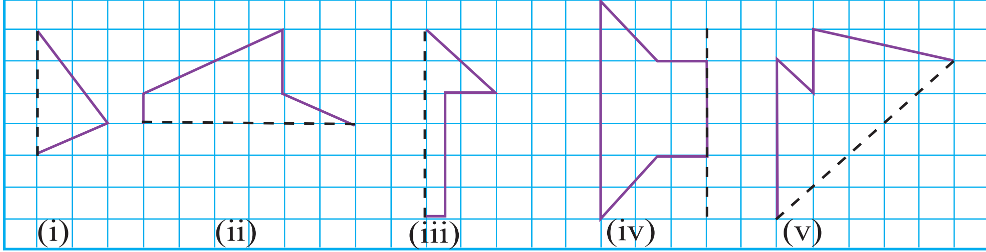
   (iv) மேற்குறித்தவாறான அதே படிமுறையில் இருபுடைச் சமச்சீரான உரு b ஐயும் பூரணப்படுத்துக.



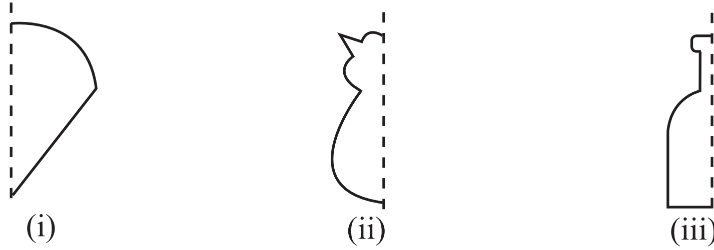
2. சதுரக் கோட்டுத் தாளில் குறிக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் உச்சிப் புள்ளிகளாக வரத்தக்கதாக சமச்சீர் உருவொன்றை வரைந்து அதன் சமச்சீர் அச்சையும் வரைக.



3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவையும் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து இருபுடைச் சமச்சீருடைய உருவொன்று பெறப்படும் வகையில் மேற்குறித்த உருக்களின் மற்றைய அரைப்பகுதியை வரைக.



4. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவையும் திசுத் தாளொன்றின் மீது வரைக. அத்தாளைப் பயன்படுத்தி அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பூரணமாக வரைக.



- திசு தாளைப் புள்ளிக் கோட்டின் வழியே மற்றைய பக்கத்திற்கு மாற்றி வைத்து ஒரு சமச்சீரான உருவம் பெறப்படும் வகையில் மேற்குறித்த உருக்களில் மற்றைய அரைப்பகுதியை வரைக.

5. (i) ஒரு சதுரக் கோட்டுத்தாளில் 1 சமச்சீர் அச்சை மட்டும் கொண்ட இருபுடைச் சமச்சீருடைய 3 உருக்களை வரைக.
   (ii) அவ்வாறு வரைந்த உருவங்களின் சமச்சீர் அச்சுகளை வரைந்து காட்டுக.

6. (i) சதுரக் கோட்டுத் தாளில் 2 சமச்சீர் அச்சுகளைக் கொண்ட இருபுடைச் சமச்சீருடைய 2 உருக்களை வரைக.
   (ii) அவ்வாறு வரைந்த ஒவ்வோர் உருவினதும் சமச்சீர் அச்சை வரைந்து காட்டுக.

பொழிப்பு

- ஒரு தளவுருவத்தை ஒரு நேர்கோட்டின் வழியே மடிக்கும்போது ஒன்றோடொன்று பொருந்தும் இரண்டு பகுதிகளாக வேறாகுமெனின் அத்தளவுருவானது இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுரு எனப்படும்.

- மேற்குறித்த மடிப்புக் கோடானது அவ்வுருவின் சமச்சீர் அச்சு எனப்படும்.



தொடைகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- தொடைகளை இனங்காணவும்
- தொடையொன்றின் மூலகங்களை இனங்காணவும்
- தொடையொன்றின் மூலகங்களை எழுதுவதற்கும்
- மூலகங்களின் பொதுப் பண்பில் இருந்து தொடையை எழுதுவதன் மூலம் அதன் மூலகங்களை தெளிவாக அறிந்து கொள்வதற்கும்
- ஒரு தொடையை வென் உருவின் மூலம் வகைகுறிக்கவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

2.1 தொடையும் தொடையின் மூலகங்களும்



மரக்கறி வியாபாரி ஒருவர் விற்பனைக்கு வைத்துள்ள மரக்கறி வகைகளை உருவில் காண்கின்றீர்கள். மரக்கறி வியாபாரியிடம் கரட், போஞ்சி, பூசணிக்காய், வெண்டிக்காய் ஆகிய மரக்கறிகள் மாத்திரம் உள்ளன. இதற்கேற்ப அவரிடம் ஏதேனுமொரு வகை மரக்கறி விற்பனைக்காக உள்ளதா, இல்லையா என்பதை நாம் உறுதியாகக் கூறலாம்.

மேலே பொருள்கள் சிலவற்றின் சேர்க்கைக்கு உதாரணம் ஒன்று தரப்பட்டுள்ளது. அவ்வாறான சேர்க்கை தொகுதி எனப்படும். எங்களுடைய நாளாந்த வாழ்க்கையில் இவ்வாறான தொகுதிகள் பற்றிய தீர்மானங்களை எடுக்கவேண்டிவரும்.

பின்வரும் தொகுதிகளைக் கருதுவோம்.

- இலங்கையில் தென் மாகாணத்தில் உள்ள மாவட்டங்கள்.
- 1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள ஒற்றை எண்கள்.
- ஆங்கில அரிச்சுவடியின் உயிர் எழுத்துகள்.



- 2014 ஆம் ஆண்டில் இலங்கையில் இனங்காணப்பட்ட பறவை இனங்கள்.
- 2014 ஆம் ஆண்டு ஐந்தாம் தரப் புலமைப் பரிசில் பரீட்சைக்குத் தோற்றிய மாணவர்கள்.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றிலும் அடங்குபவற்றைத் தெளிவாக அறிந்துகொள்ளலாம்.

இவ்வாறு உறுதியாக வேறுபடுத்தி அறிந்துகொள்ளக்கூடியவற்றைக் கொண்ட ஒரு தொகுதி **தொடை** எனப்படும்.

ஒரு தொடையினுள் பலதரப்பட்டவையும் அடங்கும். எண்கள், பொருள்கள், உயிருள்ளவை மற்றும் குறியீடுகள் போன்றவையும் இதில் அடங்கும். பொதுப்பண்பை அல்லது பண்புகளை எடுத்துரைப்பதன் மூலம் தொடையொன்றைத் தெளிவாக இனங்காணலாம்.

இவ்வாறு அறிந்துகொண்ட ஒரு தொடையில் உள்ளவற்றை உறுதியாகக் கூற முடியும்.

ஒரு தொடையைச் சேர்ந்தவை அதன் மூலகங்கள் எனப்படும்.

தென் மாகணத்தின் மாவட்டங்கள் என்னும் தொடையில் காலி மாவட்டம் அடங்குகின்றது. அத்துடன் கம்பஹா மாவட்டம் அல்லது மட்டக்களப்பு மாவட்டம் இதில் அடங்காது.

தொடைகளுக்கான மேலும் சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- 0 இற்கும் 10 இற்கும் இடைப்பட்ட இரட்டை எண்களின் தொடை.
- a, d, g, 5, 2 ஆகிய குறியீடுகளின் தொடை.
- 2014 ஆம் ஆண்டு இலங்கையில் பதிவுசெய்யப்பட்ட மோட்டார் வாகனங்களின் தொடை.

மேலேயுள்ள தொடைகளுக்குரிய மூலகங்களை நிச்சயித்துக் கூறலாம்.

பின்வருவனற்றை அவதானிப்போம்.

- ஒரு வகுப்பில் உள்ள உயரமான பிள்ளைகள்.
- இலங்கையில் உள்ள புகழ்பெற்ற பாடகர்கள்.

மேற்குறித்த கூற்றுகளில் தரப்பட்டுள்ளப் பொதுப் பண்புகளின் எல்லை தெளிவாக வரையறுக்கப்படவில்லை என்பதால் அவ்வாறான கூட்டமொன்றின் மூலகங்களைத் தெளிவாக அறிந்துகொள்ள முடியாது.

எனவே இவ்வாறான கூற்றுகளில் இருந்து ஒரு தொடையை அறிந்து கொள்ள முடியாது.

பயிற்சி 2.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதி செய்து ஒரு தொடையை உறுதியாக வரைவிலக்கணப்படுத்தும் கூற்றின் எதிரே ✓ அடையாளத்தையும் அவ்வாறல்லாதவற்றின் எதிரே × அடையாளத்தையும் இடுக.

(i) 2013 ஆம் ஆண்டு புலமைப் பரிசில் பரீட்சையில் 100 இலும் அதிக புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்கள்.

(ii) திறமையான நடனக் கலைஞர்கள்

(iii) இலங்கையின் மாவட்டங்கள்.

(iv) அழகிய பூக்கள்.

(v) 0 இற்கும் 50 இற்கும் இடையில் உள்ள 6 இன் மடங்குகள்.

(vi) அதிர்ஷ்டமுள்ள மனிதர்கள்.

2.2 தொடை ஒன்றை எழுதுதல்

ஒரு தொடையை எழுதக்கூடிய இரண்டு முறைகள் பற்றி இப்போது நாம் கற்போம்.

- **தொடையொன்றின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுவதன் மூலம் தொடையை எழுதிக் காண்பித்தல்**

ஒரு தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் எழுதிக்காட்ட முடியுமானால் அவ்வொவ்வொரு மூலகத்தையும் கால் மாத்திரைக் குறியீட்டினால் வேறுபடுத்தி இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக்காட்ட வேண்டும்.

9, 1, 3 ஆகிய மூலகங்களைக் கொண்ட தொடை $\{9, 1, 3\}$ என எழுதப்படும்.



- இவ்வாறு ஒரு தொடையை எழுதும்போது இரட்டை அடைப்பினுள் மூலகங்களை எழுத வேண்டும். ஒழுங்கு வரிசை முக்கியமானதல்ல.

இத்தொடையை $\{1,\ 3,\ 9\}$ அல்லது $\{9,\ 3,\ 1\}$ அல்லது $\{1,\ 9,\ 3\}$ என எழுதிக்காட்டலாம்.

மேலும் a, b, d, 9, 3, 1 ஆகிய மூலகங்களைக் கொண்ட தொடையை $\{1, 3, 9, \mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{d}\}$ அல்லது $\{1, a, 3, \mathrm{b}, 9, \mathrm{d}\}$ அல்லது $\{a, 1, 3, \mathrm{b}, 9, \mathrm{d}\}$ போன்று எழுதலாம்.

- **தொடையொன்றைப் பெயரிடுவதற்கு ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துப் பயன்படுத்தப்படும்.**

"1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்களைக் கொண்ட தொடை" என்பதனை $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ என்றவாறு எழுதலாம்.

"மகரகம" என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துகளின் தொடையை B எனப் பெயரிடுவோம்.

B = {மகரகம என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் தொடை}

தொடை B யின் மூலகங்களை எழுதுவோம்.

B = {ம, க, ர}

இங்கு "ம", "க" ஆகிய மூலகங்கள் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

ஏதேனுமொரு மூலகம் கூட்டத்தில் பல தடவைகள் இடம்பெற்றிருந் தாலும் ஒரு தொடையின் மூலகங்களை எழுதும்போது அம்மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

தொடையொன்றுக்குள்ள மூலகங்களை நிச்சயித்து அறியக்கூடிய பொதுப் பண்புகளுக்கேற்ப எழுதிக் காண்பித்தல்

வேறுபடுத்தி அறியக்கூடிய பொதுப் பண்புக்கு அல்லது பண்புகளுக்கு ஏற்ப இரட்டை அடைப்பினுள் தொடையொன்றின் மூலகங்களை எழுதிக் காட்டலாம்.

- "1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையில் உள்ள இரட்டை எண்கள் கொண்ட தொடை"
  {1 இற்கும் 10 இடையிலான இரட்டை எண்கள்} என எழுதிக் காட்டலாம்.

- 2014 ஆண்டு ஆகையில் இனங்காணப்பட்ட இலங்கைக்கு உரித்தான பறவைகளின் தொடை
  {2014 ஆண்டு ஆகையில் இனங்காணப்பட்ட இலங்கைக்கு உரித்தான பறவை இனங்கள்}

இவ்வாறான பறவை இனங்கள் அதிக எண்ணிக்கையாக இருப்பதால் அச்சகல இனங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுவது சிரமமானது.

- "0 இலும் கூடிய ஒற்றை எண்கள் கொண்ட தொடை" ஐக் கருதுவோம் அதனை {0 இலும் கூடிய ஒற்றை எண்கள் } என எழுதிக் காட்டலாம்.

இதற்கேற்ப எல்லா மூலகங்களையும் எழுத முடியாததால் அதனை {1, 3, 5, 7, ...} என எழுதிக் காட்டலாம்.

ஏதாவதுதொரு குறிப்பிட்ட ஒழுங்கில் மூலகங்களை இனங்கண்டு அவற்றுக்குப் பொருத்தமான முதல் சில மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதி மேலும் தொடரும் மூலகங்களைக் காட்ட மூன்று புள்ளிகள் இடப்படும்.

இதற்கேற்ப நேர் நிறைவெண் தொடை {1, 2, 3, 4, ...} என்று எழுதப்படும்.

ஆனால் 2014 ஆண்டு வரை இலங்கையில் உள்ள பறவை இனங்களின் தொடையைக் குறித்த ஒரு வரிசையில் எழுத முடியாது என்பதால் இவ்வாறு எழுத முடியாது.

உதாரணம் 1

(i) A = {0 இற்கும் 15 இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்கள்} எனின் தொடை A இன் சகல மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுக.

(ii) 1 உம் 17 உம் A இன் மூலகங்கள் ஆகுமா?

(i) $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

(ii) 1 ஒரு முதன்மை எண் அல்ல அத்துடன் 17 முதன்மை எண்ணாக இருந்தபோதும் அது 15 ஐ விடப் பெரிய எண் என்பதால் 1 உம் 17 உம் தொடை A இன் மூலகங்களன்று.

உதாரணம் 2

B = {மூன்றின் நேர் நிறைவெண் மடங்குகள்} என்னும் தொடையின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுக.

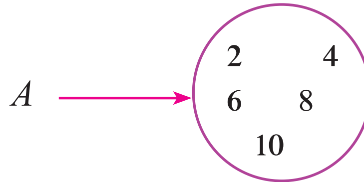
$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, ...\}$

2.3 தொடையொன்றினை வென் உருவில் வகைகுறித்தல்

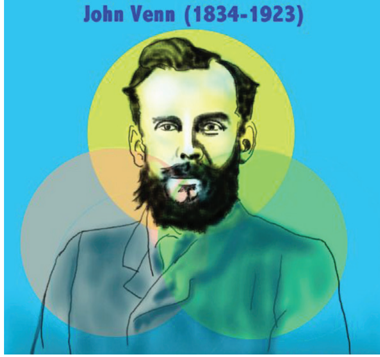
A = {1 இலிருந்து 10 வரையுள்ள இரட்டை எண்கள்} என்னும் தொடையின் மூலகங்களை எழுவோம்.

அதாவது $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ஆகும்.

தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு மூடிய உருவில் குறிப்போம்.



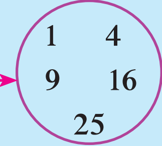
இவ்வாறு தொடையை ஒரு மூடிய உருவின் மூலம் காட்டும்போது அவ்வாறான உருவம் **வென் வரிப்படம்** எனப்படும். இவ்வாறு ஒரு தொடையை மூடிய உருவின் மூலம் குறித்துக்காட்டுதல் **வென் வரிப்படத்தில்** வகைகுறித்தல் எனப்படும்.



இவ்வாறு தொடைகளை உருவின் மூலம் குறிப்பிடுவதை ஆங்கிலேயரான **ஜோன் வென்** என்ற கணிதவியலாளர் அறிமுகம் செய்தார். இதன் காரணமாக இம்மூடிய உருவானது அவருடைய பெயரில் வென் வரிப்படம் எனப் பெயரிடப்பட்டது.

உதாரணம் 1

இங்கு வென் வரிப்படத்தில் P என்னும் தொடை காட்டப்பட்டுள்ளது.



(i) தொடை P யின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.

(ii) தொடை P யின் மூலகங்களின் ஒரு பொதுப்பண்பை எழுதுவதன் மூலம் தொடை P ஐ இரட்டை அடைப்பினுள் வகைகுறிக்க.

(i) $P = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

(ii) $P = \{$1 இலிருந்து 25 வரையுள்ள சதுர எண்கள்$\}$

உதாரணம் 2

A என்பது 1 இலிருந்து 9 வரையுள்ள நேர் முழுவெண்களின் தொடை ஆகும்.

(i) மூலகங்களின் பொதுப் பண்பொன்றின் மூலம் தொடையை எழுதுக.

(ii) தொடை A இன் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள்ளே எழுதுக.

(iii) வென் வரிப்படத்தின் மூலம் வகைகுறிக்க.

(i) $A = \{$ 1 இலிருந்து 9 வரையுள்ள நேர் முழுவெண்கள்$\}$

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(iii) A → 2 5 3 8 1 6 4 9 7



பயிற்சி 2.2

1. (a) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும் மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.

(i) A = {வாரத்தின் நாட்கள்}

(ii) B = {0 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்கள்}

(iii) C = {0 இற்கும் 25 இற்கும் இடையிலுள்ள 4 இன் மடங்குகள்}

(iv) D = {"கடகம்" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}

(v) E = {மேல் மாகணத்திலுள்ள மாவட்டங்கள்}

(vi) F = {21 412 என்னும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}

(vii) G = {1 இல் இருந்து 10 வரையுள்ள 6 இன் மடங்குகள்}

(b) மேற்குறித்த தொடைகளுக்கேற்ப கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியானவையா, தவறானவையா எனக் குறிப்பிடுக.

(i) "சனிக்கிழமை" தொடை A இன் ஒரு மூலகமாகும்.

(ii) "ப" என்னும் எழுத்துத் தொடை D இன் ஒரு மூலகமாகும்.

(iii) தொடை C இன் எல்லா மூலகங்களும் இரட்டை எண்களாகும்.

(iv) 1 இலிருந்து 10 வரைக்கும் உள்ள 3 இன் எந்தவொரு மடங்கும் தொடை G இன் மூலகமாகும்.

2. (i) P = {10 இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்}

(ii) Q = {வானவில்லிலுள்ள நிறங்கள்}

(iii) R = {"number" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}

(iv) S = {0 இற்கும் 7 இற்கும் இடையிலுள்ள முழு எண்கள்}

(v) T = {கிழக்குமாகாணத்திலுள்ள மாவட்டங்கள்}

மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும்,

(a) எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் வேறு ஒரு முறையில் எழுதுக.

(b) ஒவ்வொரு தொடையையும் வென் வரிப்படத்தில் வகைகுறிக்க.

3. $K = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

(i) தொடை K ஐ ஒரு வென் வரிப்படத்தில் வகைகுறிக்க.

(ii) தொடை K ஐ மூலகங்களை தெளிவாக அறியக்கூடிய பொதுப்பண்பொன்றின் மூலம் விபரிக்க.

4. X → (a, e, i, o, u) இங்கு வென் வரிப்படத்தின் மூலம் தொடை X வகைகுறிக்கப்படுன்றது.

(i) தொடை X இன் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.
(ii) தொடை X ஐப் பொதுப் பண்பொன்றின் மூலம் எழுதுக.

5. 6 இற்கும் 25 இற்கும் இடையிலுள்ள 5 இன் மடங்குகள் என்னும் தொடையை,
(i) பொதுப்பண்பொன்றின் மூலம் எழுதுக.
(ii) அதன் மூலகங்களை எழுதுக.
(iii) வென் வரிப்படத்தின் மூலம் வகைகுறிக்க.

பொழிப்பு

- உறுதியாக வேறாக்கி இனங்காணக்கூடியவற்றின் தொகுதி தொடை எனப்படும்.
- தொடையொன்றில் அடங்குபவவை அதன் மூலகங்களாகும்.
- தொடைக்குரிய மூலகங்களை எழுதிக் காட்டும்போது அவ்வொவ் வொரு மூலகத்தையும் காற்புள்ளியினால் பிரித்து இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதப்படும்.
- தொடையொன்றில் ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.
- தொடையொன்றின் மூலகங்களை நிச்சயமாக வேறுபடுத்தி அறிய முடியுமாயின் அதன் பொதுப் பண்பைத் தொடையாக இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டலாம்.
- தொடையொன்றை வென் உருவின் மூலமும் வகைகுறித்துக் காட்டலாம்.



முழுவெண்களில் கணிதச் செய்கைகள்

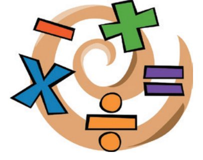
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- எண் கோவைகளைச் சுருக்கும்போது பின்பற்றும் நியம ஒழுங்கை இனங்காண்பதற்கும்
- முழுவெண்களுடனான கணிதச் செய்கைகளை உடைய கோவை களைச் சுருக்குவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

3.1 இரண்டு முழுவெண்களுகிடையிலான கணிதச் செய்கைகள்

கூட்டல், பெருக்கல், கழித்தல், வகுத்தல் என்ற கணிதச் செய்கைகள் முறையே '+', '×', '−', '÷' என்ற குறியீடுகளினால் குறிக்கப்படுகின்றன.



இரண்டு முழுவெண்களைக் கூட்டவும் பெருக்கவும் ஒரு முழு எண்ணில் இருந்து இன்னொரு முழு எண்ணைக் கழிக்கவும் ஒரு முழு எண்ணை இன்னொரு முழு எண்ணால் வகுக்கவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.



இங்கு ஒரு கணிதச் செய்கை ஒரு தடவை மட்டுமே உபயோகிக்கப்பட்டது.

3.2 ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கணிதச் செய்கைகளைக் கொண்ட எண் கோவைகள்

$3 + 7 \times 5$ என்னும் கோவையை நோக்குவோம்.

$3 + 7 \times 5$ என்னும் கோவை மூன்று எண்களையும் இரண்டு கணிதச் செய்கைகளையும் கொண்டது.

$+, \times$ என்பன கணிதச் செய்கைகள் ஆகும்.

இங்கு $+, \times$ என்ற ஒழுங்கில் இவை அமைந்துள்ளன.

$15 \div 3 - 2$ என்ற கோவையில் கணிதச் செய்கைள் அமைந்துள்ள ஒழுங்கு $\div, -$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

$12 \times 2 - 5 \times 3$ என்ற கோவையில் கணிதச் செய்கைகள் அமைந்துள்ள ஒழுங்கை எழுதுக.

கணிதச் செய்கைகள் அமைந்துள்ள ஒழுங்கு $\times, -, \times$ ஆகும்.

பயிற்சி 3.1

1. பின்வரும் எண் கோவைகள் ஒவ்வொன்றிலும் கணிதச் செய்கைகள் அமைந்துள்ள ஒழுங்கை எழுதுக.

(i) $5 + 3 + 2$ (ii) $6 \times 3 - 6$ (iii) $10 - 8 \div 2 \times 3$

(iv) $11 \times 2 + 5 - 2$ (v) $24 \div 6 + 6 \div 3$

3.3 இரண்டுக்கு மேற்பட்ட கணிதச் செய்கைகளைக் கொண்ட எண் கோவைகளைச் சுருக்குதல்

• கூட்டலை மட்டும் கொண்ட கோவைகளைச் சுருக்குதல்

$8 + 7 + 2$ என்பதைச் சுருக்கும் இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளைப் பார்ப்போம்.

8 ஐயும் 7 ஐயும் கூட்டி வரும் விடையுடன் 2 ஐக் கூட்டினால் விடையாக 17 பெறப்படும்.

$8 + 7 + 2 = 15 + 2 = 17$

7 ஐயும் 2 ஐயும் கூட்டி வரும் விடையுடன் 8 ஐக் கூட்டினால் விடையாக 17 பெறப்படும்.

$8 + 7 + 2 = 8 + 9 = 17$



பெருக்கலை மட்டும் கொண்ட கோவைகளைச் சுருக்குதல்

$5 \times 2 \times 3$ என்ற கோவையைச் சுருக்கும் இரண்டு வெவ்வேறு முறைகளைப் பார்ப்போம்.

5 ஐயும் 2 ஐயும் பெருக்கி வரும் விடையை 3 ஆல் பெருக்கினால் விடையாக 30 பெறப்படும்.

$5 \times 2 \times 3 = 10 \times 3 = 30$

2 ஐயும் 3 ஐயும் பெருக்கி வரும் விடையை 5 ஆல் பெருக்கினால் விடையாக 30 பெறப்படும்.

$5 \times 2 \times 3 = 5 \times 6 = 30$

எண் கோவையொன்றில் கூட்டல் செய்கை அல்லது பெருக்கல் செய்கை மட்டும் கணிதச் செய்கையாக உள்ளபோது சுருக்கும் ஒழுங்கு எம்முறையில் அமைந்திருந்தாலும் ஒரே விடை கிடைக்கும்.

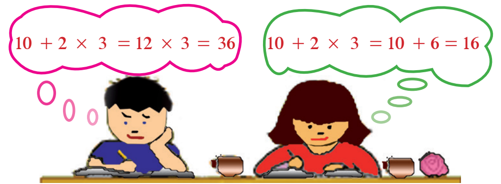
பயிற்சி 3.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோவையையும் சுருக்குக.

(i) $12 + 5 + 8$ (ii) $5 \times 8 \times 3$ (iii) $7 + 3 + 2 + 6$ (iv) $2 \times 5 \times 4 \times 3$

3.4 எண் கோவைகளைச் சுருக்குதல் மேலும்

$10 + 2 \times 3$ என்ற கோவையைச் சுருக்குவோம்.



$10 + 2 \times 3$ என்னும் கோவையைச் சுருக்கும்போது கணிதச் செய்கை செய்யும் ஒழுங்கை மாற்றி இரண்டு விதமாகச் செய்யும்போது கிடைக்கும் விடைகளை ஒப்பிடுவோம்.

முதலில் 10 ஐயும் 2 ஐயும் கூட்டி வரும் விடையை 3 ஆல் பெருக்கும்போது 36 பெறப்படும்.

$10 + 2 \times 3 = 12 \times 3 = 36$

முதலில் 2 ஐயும் 3 ஐயும் பெருக்கி வரும் விடையுடன் 10 ஐக் கூட்டும்போது 16 பெறப்படும்.

$10 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16$

இவ்வாறான இரண்டுக்கு மேற்பட்ட கணிதச் செய்கைகள் கொண்ட கோவைகளைச் சுருக்கும்போது கணிதச் செய்கைகள் செய்யப்படும் ஒழுங்குமுறைக்கேற்ப ஒன்றுக்கொன்று வித்தியாசமான விடைகள் பெறப்படுகின்றது.

எனவே, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட கணிதச் செய்கைகளையுடைய கோவைகளைச் சுருக்கும்போது, கணிதச் செய்கைகளைச் செய்யும் நியமமான ஒரு ஒழுங்கு முறை அவசியம் என்பதை அறிய முடிகின்றது.

இப்போது நாம் இவ்வாறான எண் கோவையைச் சுருக்கும்போது பயன்படுத்தப்படும் நியமம் யாது என்பதை ஆராய்வோம்.

- முதலாவதாக வகுத்தலையும் (÷) பெருக்கலையும் (×) இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கவும்.
- அடுத்ததாகக் கூட்டல் (+) கழித்தல் (−) என்பவற்றை இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கவும்.

மேலே விபரித்த கோவை $10 + 2 \times 3$ இல் + உம் × உம் காணப்படுகின்றது. ஒழுங்கின்படி பெருக்கலை முதலில் செய்ய வேண்டும்.

$\therefore\ 10 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16$

$\therefore$ விடை 16 ஆகும்.

கழித்தலும் (−) கூட்டலும் (+) அல்லது வகுத்தலும் (÷) பெருக்கல் (×) மட்டும் உள்ள எண் கோவைகளைச் சுருக்கும்போது இடமிருந்து வலமாகச் கணிதச் செய்கைகள் உள்ள ஒழுங்கில் சுருக்க வேண்டும்.

➤ கூட்டல் (+), கழித்தல் (−) ஆகிய கணிதச் செய்கைகள் மட்டும் கொண்ட கோவைகள்

$10 - 7 + 2$ என்னும் கோவையைச் சுருக்குவோம்.

இதில் கணிதச் செய்கைகள் உள்ள ஒழுங்கானது இடமிருந்து வலமாக − உம் + உம் ஆகும்.



$10 - 7 + 2$ கோவையில் 10 இலிருந்து 7 ஐக் கழித்துப் பெறப்படும் விடைக்கு 3 கூட்டப்படும்.

$\therefore\ 10 - 7 + 2 = 3 + 2 = 5$

இன்னுமொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம். $6 + 7 - 2 = 13 - 2 = 11$

- வகுத்தல் (÷), பெருக்கல் (×) ஆகிய கணிதச் செய்கைகளைக் கொண்ட எண் கோவைகள்.

$36 \div 6 \times 3$ என்னும் கோவையைச் சுருக்குவோம்.
இதில் இடமிருந்து வலமாக வகுத்தலும் ÷ பெருக்கலும் × அமைந்துள்ளன. முதலில் 36 ஐ 6 ஆல் வகுத்துப் பெறப்படும் விடையை 3 ஆல் பெருக்குவோம்.
$36 \div 6 \times 3 = 6 \times 3 = 18$

- கழித்தல் (−) அல்லது வகுத்தல் (÷) கணிதச் செய்கை மட்டும் பல தடவைகள் கொண்ட கோவைகள்.

கழித்தல் (−) அல்லது வகுத்தல் (÷) என்னும் கணிதச் செய்கைகள் மட்டும் பல தடவைகள் அமைந்த கோவைகளில், அவற்றை இடமிருந்து வலமாக இருக்கும் ஒழுங்கில் முறையே சுருக்க வேண்டும்.

$10 - 3 - 2$ கோவையில் கழித்தல் (−) என்னும் செய்கை இரு தடவையும் $36 \div 6 \div 3$ கோவையில் (÷) என்னும் கணிதச் செய்கை இரு தடவையும் அமைந்துள்ளது.

மேலே உள்ள கோவைகளைச் சுருக்குவோம்.

$10 - 3 - 2$ என்னும் கோவையில் முதலில் 10 இல் இருந்து 3 ஐக் கழித்து பெறப்படும் விடையில் இருந்து 2 ஐக் கழிக்க வேண்டும்.
$10 - 3 - 2 = 7 - 2 = 5$

$36 \div 6 \div 3$ கோவையில் முதலில் 36 ஐ 6 ஆல் வகுத்து பெறப்படும் விடையை 3 ஆலும் வகுக்க வேண்டும்
$36 \div 6 \div 3 = 6 \div 3 = 2$

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $7 - 4 + 5$

$7 - 4 + 5 = 3 + 5$
$= 8$

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $80 \div 10 \times 5$

$80 \div 10 \times 5 = 8 \times 5$
$= 40$

உதாரணம் 3

சுருக்குக. $4 \times 6 \div 3$

$4 \times 6 \div 3 = 24 \div 3$
$= 8$

உதாரணம் 4

சுருக்குக. $25 + 10 - 7$

$25 + 10 - 7 = 35 - 7$
$= 28$

உதாரணம் 5

சுருக்குக. $28 \div 2 - 3$

$28 \div 2 - 3 = 14 - 3$
$= 11$

உதாரணம் 6

சுருக்குக. $50 - 10 \times 3$

$50 - 10 \times 3 = 50 - 30$
$= 20$

உதாரணம் 7

சுருக்குக. $18 \times 5 - 62$

$18 \times 5 - 62 = 90 - 62$
$= 28$

உதாரணம் 8

சுருக்குக. $50 - 10 \div 2$

$50 - 10 \div 2 = 50 - 5$
$= 45$

உதாரணம் 9

சுருக்குக. $5 + 6 \div 3 + 2$

$5 + 6 \div 3 + 2 = 5 + 2 + 2$
$= 9$

உதாரணம் 10

சுருக்குக. $2 \times 12 \div 3 \times 5$

$2 \times 12 \div 3 \times 5 = 24 \div 3 \times 5$
$= 8 \times 5 = 40$

பயிற்சி 3.3

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளின் எதிரே சரியானவற்றுக்கு ✓ அடையாளத்தையும் தவறானவற்றுக்கு $\times$ அடையாளத்தையும் இடுக.

(i) $8 - 5 + 2 = 1$ (ii) $12 \times 3 - 11 = 25$

(iii) $7 + 18 \div 6 = 10$ (iv) $5 \times 6 \div 3 + 7 = 3$

2. சுருக்குக.

(i) $10 \times 4 + 17$ (ii) $8 \times 3 + 5$ (iii) $14 \div 7 \times 5$

(iv) $448 + 12 \div 3$ (v) $7 \times 200 + 108$ (vi) $8 \times 9 - 61$

(vii) $100 - 7 \times 8$ (viii) $195 - 12 \times 10 \div 5$ (ix) $7 + 5 \times 37 + 278$



அடைப்புக்களுடனான கோவைகளைச் சுருக்குதல்

உதாரணமாக 3 இல் இருந்து 2 ஐக் கழித்துப் பெறப்படும் விடையை, 10 இலிருந்து கழிக்க வேண்டுமாயின், முதலில் 3 இல் இருந்து 2 ஐக் கழிக்க வேண்டும். இக்கோவை கீழே உள்ளவாறு அடைப்புக்குறியுடன் எழுதப்படும்.

$10 - (3 - 2) = 10 - 1 = 9$

கீழே உள்ள உதாரணத்தைக் கவனிப்போம்.

சங்கீதச் செயன்முறைப் பரீட்சைக் குழு ஒன்றில், காலை வேளை 12 பரீட்சார்த்திகளுக்கும் மாலை வேளை 8 பரீட்சார்த்திகளுக்கும் ஆக 6 நாட்களுக்குப் பரீட்சை நடாத்தப்பட்டது. அப்பரீட்சையில் தோற்றிய மொத்தப் பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்போம்.

காலை வேளை தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை = 12
மாலை வேளை தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை = 8
6 நாட்களிலும் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின்
மொத்த எண்ணிக்கை $= (12 + 8) \times 6 = 20 \times 6 = 120$

சரியான விடையைப் பெறுவதில் அடைப்புக்குறியைப் பயன்படுத்துவது அவசியம் என்பதை அவதானிக்க.

அடைப்புகளைக் கொண்ட கோவைகளைச் சுருக்கும்போது, முதலில் அடைப்பினுள் உள்ள கணிதச் செய்கையைச் செய்த பின்னரே ஏனைய கணிதச் செய்கைகளை ஏற்கனவே குறிப்பிட்ட நியம ஒழுங்கில் செய்ய வேண்டும்.

+, −, ×, ÷, அடைப்புக்குறி உள்ளடக்கிய முழுவெண்களுடனான கோவைகளைச் சுருக்கும் நியம ஒழுங்கு கீழே உள்ளவாறு அமையும்.

- முதலில் அடைப்பினுள் உள்ளவற்றை சுருக்குதல்
- அடுத்ததாக பெருக்கலையும் வகுத்தலையும் இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்குதல்
- இறுதியாக கூட்டல், கழித்தல் பகுதிகளை இடமிருந்து வலமாக முறையே சுருக்குதல் வேண்டும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $20 \div (12 - 7)$

$20 \div (12 - 7) = 20 \div 5 = 4$

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $5 \times (10 + 12) \div 11$

$5 \times (10 + 12) \div 11 = 5 \times 22 \div 11$
$= 110 \div 11$
$= 10$

உதாரணம் 3

சுருக்குக. $8 + 5 \times (10 + 2) \div 3 - 4$

$8 + 5 \times (10 + 2) \div 3 - 4 = 8 + 5 \times 12 \div 3 - 4$
$= 8 + 60 \div 3 - 4$
$= 8 + 20 - 4$
$= 28 - 4 = 24$

உதாரணம் 4

ஒரு பெட்டியில் 12 பென்சில்கள் வீதம் கொண்ட 5 பெட்டிகளில் உள்ள பென்சில்களை 4 பிள்ளைகளுக்குச் சமமாகப் பங்கிட்டபோது ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைக்கும் பென்சில்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் கோவையை எழுதி அதனைச் சுருக்குக.



$(12 \times 5) \div 4 = 60 \div 4 = 15$

∴ ஒரு பிள்ளைக்குக் கிடைக்கும் பென்சில்களின் எண்ணிக்கை 15 ஆகும்.

உதாரணம் 5

நிமலன் மா மரமொன்றிலிருந்து 47 மாம்பழங்களை பறித்தான். அவன் 18 மாம்பழங்களை தனக்கு வைத்துக்கொண்டு ஏனையவற்றை ஒரு பழம் ரூ. 9 வீதம் விற்பதால் அவனுக்குக் கிடைக்கும் பணத்திற்கான கோவையை ரூபாயில் எழுதி அதனைச் சுருக்குக.



$(47 - 18) \times 9 = 29 \times 9 = 261$

இதனை $9 \times (47 - 18)$ எனவும் எழுதலாம். $9 \times (47 - 18)$ என்பது பொதுவாக $9\ (47 - 18)$ என பெருக்கல் குறி நீக்கி எழுதப்படும்.

∴ மாம்பழங்களை விற்றுப் பெற்ற பணம் ரூ. 261 ஆகும்.

உதாரணம் 6



வாடகை மோட்டர் வண்டி ஒன்று முதலாவது கிலோமீற்றருக்கு ரூ. 50 உம் மேலதிகமான ஒவ்வொரு கிலோமீற்றருக்கும் ரூ. 42 வீதமும் கட்டணம் அறவிடுகின்றது. இவ்வண்டியில் 12 கிலோமீற்றர் பயணம் செய்த ஒருவர் செலுத்த வேண்டிய கட்டணத்திற்காகக் கோவையொன்றை எழுதி அதனைச் சுருக்குக.

$50 + 42\ (12 - 1) = 50 + 42 \times 11 = 50 + 462 = 512$

$\therefore$ செலுத்திய மொத்தக் கட்டணம் ரூ. 512 ஆகும்.

பயிற்சி 3.4

1. சுருக்குக.

(i) $(12 + 8) - 15$ (ii) $35 - (14 + 9)$ (iii) $7\ (12 - 7)$
(iv) $108 + 3\ (27 - 13)$ (v) $24 \div (17 - 5)$ (vi) $3\ (5 + 2) \times 8$
(vii) $31 + (16 \div 4)$ (viii) $73 - (8 \times 9)$ (ix) $(19 \times 10) + 38$
(x) $475 - (30 \div 6)$

2. வெளிநாட்டுத் தொலைபேசி அழைப்பொன்றிற்கு முதலாவது நிமிடத்திற்கு ரூ. 7 உம், மேலதிகமான ஒவ்வொரு நிமிடத்திற்கும் ரூ. 4 வீதமும் கட்டணம் அறவிடப்படுகின்றது. 10 நிமிட தொலைபேசி அழைப்பிற்குச் செலுத்த வேண்டிய கட்டணத்தை ரூபாயில் காட்டும் கோவையை எழுதி அதனைச் சுருக்குக.



3. 4 லீற்றர் பழச்சாற்றுக்கு 8 லீற்றர் நீர் சேர்த்துப் பழப்பான மொன்று தயாரிக்கப்படுகின்றது. இப்பழப்பானத் தினால் நிரப்பக்கூடிய 2 லீற்றர் போத்தல்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டும் கோவையை எழுதிச் சுருக்குக.



4. சுருக்குக.

(i) $30 \div 10 \times 5$

(ii) $40 \times 10 \div 5$

(iii) $400 - 20 \times 10$

(iv) $30 \div (10 \times 3)$

(v) $(40 \div 10) \times 8$

(vi) $3 + 7 \times 5$

(vii) $6 \div 2 + 7$

(viii) $(24 \times 3) \div 8$

(ix) $24 \div (3 \times 4)$

(x) $3 + 6 \times (5 + 4) \div 3 - 7$

(xi) $10 + 8\ (11 - 3) \times 4 - 4$

பொழிப்பு

- +, −, ×, ÷, அடைப்புக்குறி அடங்கிய முழுவெண்களுடனான கோவைகளைச் சுருக்கும் நியம முறை கீழே உள்ளவாறு அமையும்
- முதலில் அடைப்புக்குறி அடங்கும் பகுதியை சுருக்குதல்.
- பெருக்கலையும் வகுத்தலையும் இடமிருந்து வலமாக முறையே சுருக்குதல்.
- அதன்பின் கூட்டல் கழித்தல் பகுதிகளை இடமிருந்து வலமாக முறையே சுருக்குதல் வேண்டும்.



காரணிகளும் மடங்குகளும் I

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முழுவெண்ணை 3 ஆல், 4 ஆல், 6 ஆல், 9 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்குத்

தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

4.1 எண்ணொன்று 3 ஆல், 4 ஆல், 6 ஆல், 9 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சித்தல்

காரணிகளும் மடங்குகளும் கொண்ட பிரசினங்களைத் தீர்க்க வகுபடுதன்மை விதி பற்றிய அறிவு அவசியமாகும்.

முழுவெண் ஒன்றை இன்னொரு முழுவெண்ணால் (பூச்சியம் தவிர்ந்த) வகுக்கும்போது மீதியின்றி வகுபடுமாயின் முதலாவது எண் இரண்டாவது எண்ணால் வகுபடும் எனப்படும். அதாவது அவ்வெண் முதல் எண்ணின் காரணி என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

$6 \div 2 = 3$ மீதி 0 அதாவது 6, 2 ஆல் வகுபடும் எனவே 2, 6 இன் காரணியாகும்.
$6 \div 4 = 1$ மீதி 2 அதாவது 6, 4 ஆல் வகுபடாது எனவே 4, 6 இன் காரணியாகாது.

எந்தவோர் எண்ணும் இன்னுமோர் எண்ணால் வகுபடுமா என இலகுவில் காண வகுபடும் தன்மை தொடர்பான விதிகள் முக்கியமாக அமைகின்றது. அதனைக் கொண்டு ஓர் எண்ணின் காரணிகளை இலகுவாகக் காண முடிகின்றது.

தரம் 6 இல் நீங்கள் கற்றுள்ள வகுபடுதன்மை தொடர்பாக விதிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- எண்ணொன்றின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 ஆல் வகுபடும் எனின் அந்த எண் 2 ஆல் வகுபடும்.
- எண்ணொன்றின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 அல்லது 5 ஆகவிருப்பின் அந்த எண் 5 ஆல் வகுபடும்.
- எண்ணொன்றின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 ஆகவிருப்பின் அந்த எண் 10 ஆல் வகுபடும்.

இலக்கச் சுட்டி

எண்ணொன்றின் இலக்கங்களைக் கூட்டி 1 தொடக்கம் 9 வரையுள்ள தனி இலக்கமாகப் பெறப்படும் பெறுமானம் அவ்வெண்ணின் **இலக்கச் சுட்டி** எனப்படும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கச் சுட்டியை காணும் விதத்தை நோக்குவோம்.
213 இன் இலக்கச் சுட்டியானது 213 இல் உள்ள எல்லா இலக்கங்களையும் கூட்டி வரும் பெறுமானமாகும்.

$2 + 1 + 3 = 6$
$\therefore$ 213 இன் இலக்கச் சுட்டி 6 ஆகும்.
242 இன் இலக்கச் சுட்டி $= 2 + 4 + 2 = 8$

இனி 68 இன் இலக்கச் சுட்டியைக் காண்போம்.
$6 + 8 = 14$ ஆகும். இது தனி இலக்கம் அல்ல. ஆகவே 14 இன் இலக்கச் சுட்டியைக் காண்போம். $1 + 4 = 5$ ஆகும்.
$\therefore$ 68 இன் இலக்கச் சுட்டி 5 ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கச் சுட்டியிலிருந்து அவ்வெண்ணின் சில பண்புகளைப் பற்றிய சில விடயங்களை அறிந்து கொள்ள முடியும்.

- **எண்ணொன்று 9 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சித்தல்**

எண்ணொன்று 9 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்கான வகுபடுதன்மை விதியை அறிந்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு 1

கீழே காணப்படும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதன்மூலம் வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

எண்	இலக்கச் சுட்டி	9 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி	எண் 9 ஆல் வகுபடுமா?	9 அவ்வெண்ணின் ஒரு காரணியாகுமா?
45				
52				
134				
549				
1323				
1254				
5307				

(i) 9 ஆல் வகுபடும் எண்களின் அதாவது 9 காரணியாக அமையும் எண்களின் இலக்கச் சுட்டி யாது?

(ii) மேலே பெற்ற விடையிலிருந்து 9 ஆல் ஓர் எண் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்கான ஒரு முறையை (வகுத்தல் தவிர்ந்த) முன்மொழிக.

- எண்ணொன்றின் இலக்கச் சுட்டி 9 ஆகவிருப்பின் அந்த எண் 9 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும்.

• எண்ணொன்று 3 ஆல் வகுபடுமா எனப் பரீட்சித்தல்

எண்ணொன்று 3 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு 2

கீழே காணப்படும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதன்மூலம் வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

எண்	இலக்கச் சுட்டி	இலக்கச் சுட்டி 3 ஆல் வகுபடுமா?	எண் 3 ஆல் வகுபடுமா?	3 அவ்வெண்ணின் காரணியாகுமா?
15				
16				
24				
28				
210				
241				
372				
1269				

(i) 3 ஆல் வகுபடும் எண்களின் (அல்லது 3 காரணியாக அமையும் எண்களின்) இலக்கச் சுட்டிகளாகவுள்ள பெறுமானங்கள் எவை?

(ii) 3 ஆல் வகுபடும் எண்களின் இலக்கச் சுட்டிகள் 3 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகின்றனவா?

(iii) இலக்கச் சுட்டி 3 ஆல் வகுபடாத சகல எண்களும் 3 ஆல் வகுபடவில்லையா?

எண்ணொன்றின் இலக்கச் சுட்டி 3 ஆல் வகுபடுமாயின், அவ்வெண் 3 ஆல் வகுபடும். எனவே 3 என்பது அவ்வெண்ணின் காரணியாகும்.

பயிற்சி 4.1

1. பின்வரும் எண்களை வகுக்காமல் அவற்றுள் 9 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்களைத் தெரிவுசெய்து எழுதுக.

504, 652, 567, 856, 1143, 1351, 2719, 4536

2. பின்வரும் எண்களில் 3 ஆல் வகுபடக்கூடிய எண்களை வகுத்துப் பார்க்காமல் தெரிவுசெய்து எழுதுக.

81, 102, 164, 189, 352, 372, 466, 756, 951, 1029

3. 65☐ என்ற மூவிலக்க எண்ணை 3 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியும் எனின், வெற்றுக் கூட்டிற்குப் பொருத்தமான இரண்டு இலக்கங்களைத் தருக.

4. நிமலனின் பிறந்த நாளுக்கு நண்பர்களுக்குப் பகிர்ந்தளிக்கக் கொண்டு வரப்பட்ட பென்சில் பொதியினுள் 150 இலும் குறைந்த ஆனால் 150 இற்குக் கிட்டிய எண்ணிக்கையான பென்சில்கள் இருந்தன. அவற்றை ஒருவருக்கு 9 பென்சில்கள் வீதம் சமமாகப் பங்கிட முடியும் என நிமலன் நினைக்கின்றார். அப்பொதியிலுள்ள பென்சில்களின் உயர் எண்ணிக்கை யாது?



5. போட்டியொன்றில் பங்குபற்றுபவர்களுக்குப் பகிர்ந்தளிப்பதற்காகப் பொதிகள் தயாரிப்பதற்குக் கொண்டுவரப்பட்ட பொருள்களின் பட்டியல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

அப்பியாசப் புத்தகங்கள்	131
பென்சில்கள்	130
பிளட்டினம் பேனாக்கள்	128
குமிழ் முனைப் பேனாக்கள்	131

ஒவ்வொரு பொதியினுள்ளும் ஒவ்வொரு வகையிலும் 3 பொருள்கள் வீதம் வைக்க வேண்டியுள்ளது. ஒவ்வொரு வகையிலும் மேலும் தேவைப்படும் பொருள்களின் குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கைகளின் பட்டியலொன்றைத் தயாரிக்க.

• எண்ணொன்று 6 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சித்தல்

ஓர் எண்ணின் ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 அல்லது இரட்டை எண் எனின், அந்த எண் 2 ஆல் வகுபடும் எனத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். ஓர் எண் 3 ஆல் வகுபடுமா என்பதைத் தீர்மானிக்கும் முறையைத் தற்போது கற்றுள்ளீர்கள். ஓர் எண் 6 ஆல் வகுபடுமா என பரீட்சிப்பதற்கான வகுபடுதன்மை விதியொன்றை அறிந்து கொள்வதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு 3

கீழே காணப்படும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதன் மூலம் தரப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

எண்	எண் 2 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா?	எண் 3 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா?	எண் 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா?	6அவ்வெண்ணின் காரணியாகுமா?
95				
252				
506				
432				
552				
1236				

(i) 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்கள் யாவும் 2 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா?

(ii) 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்கள் யாவும் 3 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா?

(iii) 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்கள் யாவும் 2 ஆலும் 3 ஆலும் மீதியின்றி வகுபடுமா?

(iv) 6 ஆல் மீதின்றி வகுபடும் எண்களை அறிந்து கொள்வதற்கான ஒரு முறையை முன்மொழிக.

எண்ணொன்று 2 ஆலும் 3 ஆலும் மீதியின்றி வகுபடுமாயின் அந்த எண் 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும்

- **எண்ணொன்று 4 ஆல் வகுபடுமா எனப் பரீட்சித்தல்**

எண்ணொன்று 4 ஆல் வகுபடுமா என்பதைப் பரீட்சிப்பதற்காக ஏதேனும் விதியொன்று உண்டா என்பதை அறிந்துகொள்வதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு 4

கீழே காணப்படும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துவதன் மூலம் தரப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

எண்	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 4 ஆல் வகுபடுகின்றதா?	இறுதி இரு இலக்கங்கள் 4 ஆல் வகுபடுகின்றதா?	எண் 4 ஆல் வகுபடுமா?	4அவ்வெண்களின் காரணியாகுமா?
36				
259				
244				
600				
1272				
4828				

(i) 4 ஆல் வகுபடும் எல்லா எண்களினதும் ஒன்றினிடத்து இலக்கங்கள் 4 ஆல் வகுபடுகின்றதா?

(ii) 4 ஆல் வகுபடும் எல்லா எண்களினதும் கடைசி இரு இலக்கங்களும் 4 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகின்றனவா?

(iii) எண்ணொன்று 4 ஆல் வகுபடுமா எனப் பரீட்சிப்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய பண்பு மேற்குறித்த பண்புகளில் எப்பண்பை என எழுதுக.

இரண்டு அல்லது அதிலும் கூடிய இலக்கங்களையுடைய எண்ணொன்றின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்களும் 4 ஆல் வகுபடும் எனின், அவ்வெண் 4 ஆல் வகுபடும். எனவே 4 அவ்வெண்ணின் காரணியாகும்.

பயிற்சி 4.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களில்

(i) 6 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்களை எழுதுக.

(ii) 4 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எண்களை எழுதுக.

162, 187, 912, 966, 2118, 2123, 2472, 2541, 3024, 3308, 3332, 4800

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்களை உரிய நிரலில் இடுக. (ஓர் எண் (i), (iii) இரு நிரல்களிலும் அடங்கலாம்).

348, 496, 288, 414, 1024, 1272, 306, 258, 1008, 6700

(i) 4 ஐக் காரணியாகக் கொண்ட எண்கள்	(ii) உமது விடைக் கான காரணம்	(iii) 6 ஐக் காரணியாகக் கொண்ட எண்கள்	(iv) உமது விடைக்கான காரணம்.

3. 62 □ 6 என்னும் எண் 4 ஆல் வகுபடுவதோடு, 6 ஆலும் வகுபடுகின்றது. வெற்றுக் கூட்டில் பொருத்தமான இலக்கத்தை எழுதுக.

4. உடற்பயிற்சிக் குழுவொன்றின் மாணவர்கள் ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் 3 பேர் கொண்ட நிரைகளையும் இன்னுமொரு சந்தர்ப்பத்தில் 6 பேர் கொண்ட நிரைகளையும் இன்னுமொரு சந்தர்ப்பத்தில் 9 பேர் கொண்ட வட்டங்களையும் ஒழுங்கமைத்துக் கொள்கின்றனர். அக்குழுவில் 250 இலும் கூடிய மாணவர்கள் இருக்க வேண்டுமாயின் குழுவில் இருக்கக்கூடிய மாணவர்களின் இழிவு எண்ணிக்கையை வகுபடுதன்மை விதிகளின்படி காண்க.

5. 126 என்னும் எண் 2 ஆல், 3 ஆல், 4 ஆல், 5 ஆல், 6 ஆல், 9 ஆல், 10ஆல் வகுபடுமா என்பதை வகுக்காமல் காண்க.

பொழிப்பு

வகுபடும் எண்	வகுபடும் விதி
2	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 ஆல் வகுபடுமாயின், அவ்வெண் 2 ஆல் வகுபடும்.
3	இலக்கச் சுட்டி 3 ஆல் வகுபடுமாயின், அவ்வெண் 3 ஆல் வகுபடும்.
4	இறுதி இரு இலக்கங்களும் 4 ஆல் வகுபடுமாயின் அவ்வெண் 4 ஆல் வகுபடும்.
5	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 அல்லது 5 ஆயின், அவ்வெண் 5 ஆல் வகுபடும்
6	ஓர் எண் 2 ஆலும் 3 ஆலும் வகுபடுமாயின் அவ்வெண் 6 ஆல் வகுபடும்
9	ஓர் எண்ணின் இலக்கச் சுட்டி 9 ஆயின் அவ்வெண் 9 ஆல் வகுபடும்.
10	ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 0 ஆயின் அவ்வெண் 10 ஆல் வகுபடும்.



காரணிகளும் மடங்குகளும் II

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- முழு எண்ணொன்றின் காரணிகளைக் காண்பதற்கும்
- எண்ணொன்றின் மடங்குகளை எழுதுவதற்கும்
- முழு எண்ணொன்றின் முதன்மைக் காரணிகளை எழுதுவதற்கும்
- முழு எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காண்பதற்கும்
- முழு எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

4.2 முழுவெண் ஒன்றின் காரணிகளும் மடங்குகளும்

ஒரு முழு எண்ணின் காரணிகளையும் மடங்குகளையும் காண்பதற்குத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

இப்போது நாம் 36 இன் காரணிகளைக் காண்போம்.
36 ஐ இரு காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதும் முறையைப் பயன்படுத்தி காரணிகளைக் காண்க.

$36 = 1 \times 36$
$36 = 2 \times 18$
$36 = 3 \times 12$
$36 = 4 \times 9$
$36 = 6 \times 6$

ஒரு முழுவெண்ணை இரு முழுவெண்களின் பெருக்கமாக எழுதும்போது அவ்விரண்டு எண்களும் முதல் எண்ணின் காரணிகள் ஆகும்.

எனவே 36 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ஆகும்.
அவ்வாறே 126 இன் காரணிகள் யாவை எனப் பார்ப்போம்.

$2 \underline{| 126}$
$\quad 63$

126, 2 ஆல் வகுபடுவதால் 2, 126 இன் காரணியாகும்.
$2 \times 63 = 126$ என்பதால் 63 உம் 126 இன் காரணியாகும்.

$3 \underline{| 126}$ → 42 $6 \underline{| 126}$ → 21 $7 \underline{| 126}$ → 18 $9 \underline{| 126}$ → 14 $14 \underline{| 126}$ → 9

14 முன்னர் காரணியாகப் பெறப்பட்டுள்ளது. எனவே வகுத்தலை நிறுத்த முடியும்.

$3 \times 42 = 126$ $6 \times 21 = 126$ $7 \times 18 = 126$
$9 \times 14 = 126$ $14 \times 9 = 126$ $1 \times 126 = 126$

ஆகவே 126 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126 ஆகும்.

குறிப்பு
2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 என்னும் எண்கள் 126 இன் காரணிகளாகுமா என்பதை வகுபடுதன்மை விதிகளைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

இனி நாம் எண் ஒன்றின் மடங்குகளைக் காணும் விதத்தை நோக்குவோம்.

13 இன் காரணிகளைக் காண்போம்.

13 ஐ முழுவெண் ஒன்றால் பெருக்கி 13 இன் மடங்குகளைப் பெறலாம்.

$13 \times 1 = 13$ $13 \times 2 = 26$ $13 \times 3 = 39$ $13 \times 4 = 52$

அதாவது 13, 26, 39, 52 என்பவை 13 இன் சில மடங்குகளாகும். 13 அவ்வெல்லா எண்களினதும் காரணியாகும். இதனால் 13 காரணியாகும் எல்லா எண்களும் 13 இன் மடங்குகளாகும்.

பயிற்சி 4.3

1. காரணிகளைக் காண்க.
(i) 150 (ii) 204 (iii) 165 (iv) 284

2. 100 இலும் குறைந்த 770 இன் 10 காரணிகளைக் காண்க.

3. (i) 36 இன் 5 மடங்குகளைக் காண்க.
(ii) 112 இன் 5 மடங்குகளைக் காண்க.
(iii) 500 இலும் குறைந்த 53 இன் 5 மடங்குகளை எழுதுக.

4. பரீட்சை மண்டபமொன்றில் 180 ஆசனங்கள் உள்ளன. அவற்றை ஒவ்வொரு வரிசையிலும் சம எண்ணிக்கையில் ஒழுங்கு செய்தல் வேண்டும். ஒரு வரிசையில் இருக்கக்கூடிய மிகக் குறைந்த ஆசனங்களின் எண்ணிக்கை 10 ஆகவும் மிகக் கூடிய ஆசனங்களின் எண்ணிக்கை 15 ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக ஆசனங்களை ஒழுங்கு செய்ய வேண்டிய முறைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.



4.3 முழு எண்ணொன்றின் முதன்மைக் காரணிகள்

வேறுபட்ட இரண்டு காரணிகளை மட்டும் கொண்ட ஒன்றிலும் கூடிய முழுவெண்கள் முதன்மை எண்கள் எனக் கற்றுள்ளீர்கள். அதற்கேற்ப 20 இலும் சிறிய முதன்மை எண்களை நினைவுகூர்வோம்.

1 தொடக்கம் 20 வரையுள்ள முதன்மை எண்கள் 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 என்பன ஆகும்.

36 இன் காரணிகளைக் கண்டோம். 36 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ஆகும். இவற்றுள் முதன்மை எண்ணாகவுள்ள காரணிகள் 2, 3 மட்டுமே ஆகும்.
எனவே 2, 3 என்பன 36 இன் முதன்மைக் காரணிகள் எனப்படும்.

60 இன் காரணிகளைக் காண்போம்.

60 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 ஆகும்.

60 இன் காரணிகளுள் முதன்மைக் காரணிகள் 2, 3, 5 மாத்திரமே ஆகும்.

எண்ணொன்றின் காரணிகளுள் முதன்மை எண்ணாகவுள்ள காரணிகள் அவ்வெண்ணின் முதன்மைக் காரணிகள் ஆகும்.

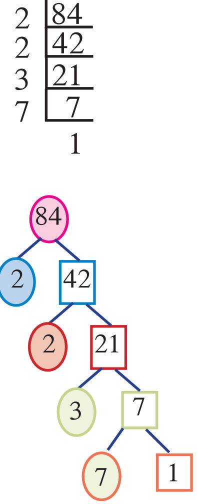
முதன்மை எண் அல்லாத எந்தவொரு முழு எண்ணையும் முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதலாம். அதற்கு வகுத்தல் முறையின் மூலம் முதன்மை காரணிகளைக் கண்டு பின்னர் அவ்வெண்ணை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதும் முறையொன்று கீழே விபரிக்கப்பட்டுள்ளது.

84 இன் முதன்மைக் காரணிகளைக் கண்டு 84 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

- இங்கு 84 மிகச் சிறிய முதன்மை எண்ணான 2 ஆல் வகுக்கப்பட்டுள்ளது.
- பெறப்பட்ட விடை 2 ஆல் வகுபடாத வரைக்கும் தொடர்ந்து 2 ஆல் வகுக்கப்பட வேண்டும்.
- பெறப்படும் எண் அதற்கடுத்த முன்மை எண்ணான 3 ஆல் வகுக்கும்போது 7 விடையாகப் பெறப்பட்டது.
- இவ்வாறு இறுதியில் 1 கிடைக்கும் வரை முதன்மை எண்களால் தொடர்ந்து வகுக்க வேண்டும்.

  இதற்கேற்ப 84 இன் முதன்மைக் காரணிகள் 2, 3, 7 ஆகின்றன.
- எனவே 84 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதினால்.

  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ பெறப்படும்.

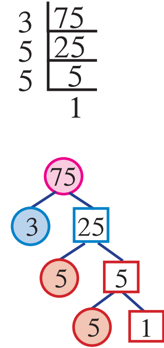


75 இன் முதன்மை காரணிகளைக் கண்டு 75 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

- 75 ஆனது 2 ஆல் வகுக்க முடியாது என்பதால் அடுத்த முதன்மை எண்ணான 3 ஆல் வகுக்கப்படுகின்றது.
- பெறப்பட்ட விடையான 25 ஐ 3 ஆல் வகுக்க முடியாது.
- ஆகவே அடுத்த முதன்மை எண்ணான 5 ஆல் இரு முறை வகுக்கப்பட்டு 1 பெறப்படுகின்றது.

எனவே, 75 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதும்போது

$75 = 3 \times 5 \times 5$ பெறப்படும்.



- இவ்வாறு, முழு எண்களை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவதற்கு அந்த எண்ணை வகுக்கக்கூடிய சிறிய முதன்மை எண்ணிலிருந்து தொடங்கி இறுதியில் 1 பெறப்படும் வரை முதன்மை எண்கள் கூடிச் செல்லும் ஒழுங்கில் வகுத்தல் வேண்டும்.
- எண்ணொன்றை மீதியின்றி வகுக்கும் முதன்மை எண்கள் அவ்வெண்ணின் முதன்மைக் காரணிகள் எனப்படும்.
- எண்ணொன்றை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதவேண்டுமெனின் அவ்வெண்களை வகுத்த முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுத வேண்டும்.

உதாரணம் 1

63 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

இங்கு 63, 2 ஆல் வகுபடாததால் 3 ஆல் வகுக்கப்படுகின்றது. கிடைக்கும் விடை 21 உம் 3 ஆல் வகுக்கப்படுகின்றது. அப்போது கிடைக்கும் விடையான 7, 3 ஆல் வகுபடாததால் அது 7 ஆல் வகுக்கப்படுகின்றது. இறுதியில் விடையாக 1 பெறப்படும் வரை வகுக்கப்படுகின்றது.

63 ஐ முதமைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதும்போது
$63 = 3 \times 3 \times 7$

பயிற்சி 4.4

1. பின்வரும் எண்களின் முதன்மைக் காரணிகளைக் காண்க.
(i) 81 (ii) 84 (iii) 96

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணையும் முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.
(i) 12 (ii) 15 (iii) 16 (iv) 18 (v) 20
(vi) 28 (vii) 59 (viii) 65 (ix) 77 (x) 91

4.4 முதன்மைக் காரணிகளின் மூலம் எண்ணொன்றின் காரணிகளைப் பெறுதல்

72 இன் காரணிகளைக் காண்போம்.
இதற்காக, 72 ஐ முதன்மைக் காரணிகளால் வகுப்போம்.

2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$72 = 2 \times (2 \times 2 \times 3 \times 3) = 2 \times 36$

$72 = (2 \times 2) \times (2 \times 3 \times 3) = 4 \times 18$

$72 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) = 8 \times 9$

$72 = 2 \times (2 \times 2 \times 3) \times 3 = 6 \times 12$

$72 = (2 \times 2 \times 2 \times 3) \times 3 = 24 \times 3$

முழுவெண் ஒன்றின் முதன்மைக் காரணிகளில் இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட முதன்மைக் காரணிகளைப் பெருக்குவதன் மூலம் அதன் காரணிகளைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

2, 36, 4, 18, 8, 9, 24, 3 என்பன 72 இன் 8 காரணிகள் ஆகும். 1, 72 என்பனவும் 72 இன் காரணிகளாக அமைகின்றன.

1, 2, 3, 4, 8, 9, 18, 24, 36, 72 என 72 இன் 10 காரணிகள் ஆகும்.

பயிற்சி 4.5

1. பின்வரும் ஒவ்வோர் எண்களுக்கும் முதன்மைக் காரணிகளைக் கொண்டு 6 காரணிகள் வீதம் எழுதுக.
(i) 24 (ii) 42 (iii) 70 (vi) 84 (v) 66 (vi) 99

4.5 பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது (பொ. கா. பெ)

எண்கள் சிலவற்றின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது (பொ.கா.பெ.) யாது என்பதையும் அதனை எவ்வாறு காணலாம் என்பதையும் இனி நோக்குவோம்.

6, 12 , 18 ஆகிய எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காண்போம்.

- ஒவ்வோர் எண்ணினதும் காரணிகளை எழுதுவோம்.

6 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 6 ஆகும்.
12 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 6, 12 ஆகும்.
18 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 6, 9, 18 ஆகும்.

- மூன்று எண்களுக்கும் பொதுவான காரணிகளைச் சுற்றி வட்டமிடுக.

6, 12, 18 என்பவற்றின் பொதுக் காரணிகளை எழுதுவோம். அவை 1, 2, 3, 6 என்பன ஆகும்.

- தெரிந்தெடுத்த பொதுக் காரணிகளுட் பெரிய எண்ணானது பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது ஆகும்.

அதாவது 6, 12, 18 என்ற மூன்று எண்களையும் வகுக்கக்கூடிய பெரிய எண் அவற்றின் **பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதான** 6 ஆகும்.

அதாவது 6, 12, 18 என்ற மூன்று எண்களையும் வகுக்கக்கூடிய பெரிய எண் 6 ஆனது அவற்றின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதாகும்.

- இரண்டு அல்லது அதற்குக் கூடிய சில எண்களின் பொதுக் காரணிகளுள் பெரிய காரணி அவ்வெண்களின் **பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது (பொ.கா.பெ)** எனப்படும்.
- எனவே தரப்பட்ட எண்கள் அனைத்தையும் வகுக்கக்கூடிய பெரிய எண் அவ்வெண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது ஆகும்.
- பல எண்களின் பொதுக் காரணியாக இருப்பது 1 மட்டும் என்றால் அவ்வெண்களின் பொ.கா.பெ. 1 ஆகும்.

• எண்கள் சிலவற்றின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதை முதன்மை காரணிகளின் மூலம் காணல்

6, 12, 18 என்பவற்றின் பொதுக் காரணிகளின் பெரியதைக் காண்போம்.

- ஒவ்வோர் எண்ணினதும் காரணிகளை எழுதுவோம்.

$6 = 2 \times 3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$
$18 = 2 \times 3 \times 3$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$6 = 2 \times 3$ $\quad 12 = 2 \times 2 \times 3$ $\quad 18 = 2 \times 3 \times 3$

- இம்மூன்று எண்களுக்கும் பொதுவான முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கம் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதாக அமைகின்றது.

6, 12, 18 என்னும் மூன்று எண்களுக்கும் பொதுவான முதன்மைக் காரணிகள் 2 உம் 3 உம் ஆகும்.
இதன்படி 6, 12, 18 என்பவற்றின் பொ.கா.பெ $= 2 \times 3 = 6$ ஆகும்.

- **வகுத்தல் முறை மூலம் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காணல்**

6, 12, 18 இன் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காணல்

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6,\ 12,\ 18 \\ \hline 3 & 3,\ \ 6,\ 9 \\ \hline & 1,\ \ 2,\ 3 \end{array}$$

- முன்னால் காட்டப்பட்டவாறு மூன்று எண்களையும் எழுதுக.
- மூன்று எண்களும் 2 ஆல் வகுபடும் என்பதால், மூன்று எண்களையும் வெவ்வேறாக 2 ஆல் வகுக்க.
- விடையாகப் பெறப்படும் 3, 6, 9 என்னும் மூன்று எண்களும் அடுத்த முதன்மை எண்ணான 3 ஆல் வகுபடுவதால் மூன்று எண்களையும் 3 ஆல் தனித்தனியே வகுத்து ஒவ்வோர் எண்ணுக்கும் கீழே எழுதுக.
- 1, 2, 3 ஆகிய மூன்று எண்களும் வகுபடக்கூடிய வேறு முதன்மைக் காரணி இல்லாததால் வகுத்தலை நிறுத்துக.
- வகுத்தலுக்கு உதவிய எண்களைப் பெருக்கி பொ.கா.பெ. ஐப் பெறுக.
  $\therefore$ 6, 12, 18 இன் பொ.கா.பெ $= 2 \times 3 = 6$

வகுத்தல் முறை மூலம் எண்கள் சிலவற்றின் பொ. கா. பெ. ஐக் காணும்போது
- மேற்குறிக்கப்பட்ட விதத்தில் தரப்பட்ட எல்லா எண்களும் வகுபடும் முதன்மை எண்ணால் வகுக்க.
- அதன்பின் வகுத்த முதன்மை எண்களைப் பெருக்கி பொ.கா.பெ. ஐப் பெற்றுக் கொள்க.

எந்தவொரு தொகுதி முதன்மை எண்களினதும் பொ. கா. பெ. 1 ஆகும்.

உதாரணம் 1

72 , 108 என்னும் இரு எண்களின் பொ.கா.பெ. ஐக் காண்க.

முறை I

72 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 8, 9, 18, 24, 36, 72

108 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 9, 12, 36, 54, 1108

இவ்விரு எண்களிலும் பொதுக் காரணிகளைத் தெரிவுசெய்து எழுதினால் 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 என்பவை பெறப்படும்.

இவற்றுள் மிகப் பெரிய பொதுக் காரணி 36 ஆகையால் 72, 108 ஆகிய எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது 36 ஆகும்.

முறை II

72 , 108 என்னும் இரு எண்களின் பொ.கா.பெ. ஐக் காண்க.

	72
2	36
2	18
2	9
3	3
3	1

	108
2	54
2	27
3	9
3	3
3	1

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

72 , 108 ஆகிய இரண்டு எண்களையும் வகுக்கக்கூடிய முதன்மை எண்கள் 2, 2, 3, 3

ஆகவே 72 , 108 இன்

பொ.கா.பெ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 36$

முறை III

72, 108 என்னும் இரு எண்களின் பொ.கா.பெ. ஐக் காண்க.

	72, 108
2	36, 54
2	18, 27
3	6, 9
3	2, 3

2, 3 ஆகிய எண்கள் இரண்டையும் வகுக்கக்கூடிய முதன்மைக் காரணி இல்லாததால் இவ்விடத்தில் வகுத்தலை நிறுத்தவும்.

72, 108 ஆகிய எண்களின் பொ.கா.பெ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 36$

இதனை வேறு விதத்தில் கூறினால் 72, 108 என்னும் எண்கள் இரண்டையும் வகுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண் 36 ஆகும்.

உதாரணம் 2

(1) மாணவர் விடுதி ஒன்றுக்கு அளிப்பதற்காக பின்வரும் மூன்று வகையான பொருள்கள் கொண்டுவரப்பட்டன.

30 சவர்க்காரக் கட்டிகள், 24 பற்பசைகள், 18 பற்தூரிகைகள்

ஒரு பொதியில் இவை மூன்று வகையும் அடங்கும் விதத்திலும் ஒவ்வொரு வகையிலும் சமனான எண்ணிக்கை இருக்கும் விதத்திலும் இப்பொருள்கள் பொதிசெய்யப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறு பொதி செய்வதாயின் அதி கூடிய பொதிகளின் எண்ணிக்கை எதுவாக இருக்கும்? அப்போது ஒரு பொதியில் அடங்கும் ஒவ்வொரு பொருள்களினதும் எண்ணிக்கையைத் தனித்தனியே காண்க.

ஒரு பொதியில் ஒவ்வொரு பொருளும் சம எண்ணிக்கையில் இருக்க வேண்டும். அதிகூடிய பொருள்களின் எண்ணிக்கையைக் காண 30, 24, 18 ஆகிய எண்கள் மூன்றும் மீதியின்றி வகுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண்ணைக் காண வேண்டும்.

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$
$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

பொ.கா.பெ $= 2 \times 3 = 6$

எனவே பெறப்படும் அதிகூடிய பொதிகளின் எண்ணிகை $= 6$

ஒரு பொதியில் இருக்கும் சவர்க்காரக் கட்டிகளின் எண்ணிக்கை $= 30 \div 6 = 5$

ஒரு பொதியில் இருக்கும் பற்பசைகளின் எண்ணிக்கை $= 24 \div 6 = 4$

ஒரு பொதியில் இருக்கும் பற்தூரிகைகளின் எண்ணிக்கை $= 18 \div 6 = 3$

பயிற்சி 4.6

1. பொதுக் காரணிகளைப் பெறுவதற்காகக் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 8 இன் காரணிகள் ..., ..., ..., ... ஆகும்.

12 இன் காரணிகள் ..., ..., ..., ..., ..., ... ஆகும்.

8, 12 இன் பொதுக் காரணிகள் ..., ..., ... ஆகும்.

8, 12 இன் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது ... ஆகும்.

(ii) 54 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக

எழுதினால் $= 2 \times ..... \times 3 \times .....$.

90 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக

எழுதினால் $= ..... \times 3 \times ..... \times 5.$

72 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக

எழுதினால் $= 2 \times 2 \times ..... \times ..... \times .....$

$\therefore$ 54, 90, 72 என்பவற்றின் பொ.கா.பெ. $= ..... \times ..... \times .....$

$= .....$

2. பின்வரும் சோடி எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதை அவற்றின் எல்லாக் காரணிகளையும் எழுதுவதன் மூலம் காண்க.

(i) 12, 15 (ii) 24, 30 (iii) 60, 72
(iv) 4, 5 (v) 72, 96 (vi) 54, 35

3. பின்வரும் சோடி எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதை அவ்வெண்களை முதன்மை எண்களின் பெருக்கமாக எழுதுவதன் மூலம் காண்க.

(i) 24, 36 (ii) 45, 54 (iii) 32, 48 (iv) 48, 72 (v) 18, 36

4. நீங்கள் விரும்பிய முறையில் பின்வரும் எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காண்க.

(i) 18, 12, 15 (ii) 12, 18, 24 (iii) 24, 32, 48 (iv) 18, 27, 36
(v) 48, 72, 96



5. ஒரு கூடையில் 96 அப்பிள்களும் இன்னுமொரு கூடையில் 60 தோடம் பழங்களும் உள்ளன. இரு வகைப் பழங்களும் சம எண்ணிக்கையில் இருக்கும் வகையில் பொதிகளில் இடப்பட்டால் பெறக்கூடிய அதிகூடிய பொதிகளின் எண்ணிக்கை யாது? ஒரு பொதியில் காணப்படும் அப்பிள்களின் எண்ணிக்கை, தோடம்பழங்களின் எண்ணிக்கை என்பவற்றைத் தனித்தனியே காண்க.

4.6 பொது மடங்குகளுட் சிறியது (பொ. ம. சி.)

எண்கள் சிலவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது என்றால் என்ன என்பதையும் அதனைக் காணும் விதத்தையும் நோக்குவோம். 2, 3, 4 ஆகிய எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்போம்.

☛ எண்களின் பொது மடங்குகளை எழுதுக.
2, 3, 4 ஆகிய எண்களின் மடங்குகள் சிலவற்றை எழுதுவோம்.

2 இன் மடங்குகள்	2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26
3 இன் மடங்குகள்	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24
4 இன் மடங்குகள்	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

☛ எல்லா எண்களினதும் பொது மடங்குகளைக் காண்போம்.
தரப்பட்டுள்ள மடங்குகளுள் மூன்று எண்களுக்கும் பொதுவான மடங்குகள் 12, 24 என்பதை நீங்கள் காண்கிறீர்கள்.

மேலும் 2, 3, 4 என்பவற்றின் மடங்குகள் எழுதப்பட்டால் பொதுமடங்குகளாக 12, 24, 36, 48, 60, 72, ... என்பவை பெறப்படும்.

எண்கள் சிலவற்றுக்கு இருக்கும் பொதுவான மடங்குகளுட் சிறியது அவ்வெண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதாகும்.

பொது மடங்குகளான 12, 24, 36, 48, 60, ... என்பவற்றைக் கருதும்போது அவற்றுள் சிறியது 12 ஆகும்.
எனவே 2, 3 , 4 என்பவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது 12 ஆகும்.
அதாவது 2, 3, 4 என்பவற்றால் வகுக்கக்கூடிய சிறிய எண் 12 ஆகும்.
2, 3, 4 என்பவற்றின் பொதுமடங்குகளுட் சிறியது = 12
அதாவது 2, 3, 4 என்னும் எண்களால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் அவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதாகும்.

தரப்பட்ட சில எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது (பொ.ம.சி.) என்பது அந்த எண்களால் வகுபடக்கூடிய சிறிய நேர் எண்ணாகும்.

குறிப்பு

- தரப்பட்ட சில எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது, அவ்வெண்களில் சிறியதற்குச் சமனாகவோ அல்லது அதனிலும் சிறியதாகவோ இருக்கும்.
- தரப்பட்ட சில எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது அவ்வெண்களில் பெரியதற்குச் சமனாகவோ அல்லது அதனிலும் பெரியதாகவோ இருக்கும்.
- இரு எண்களின் பொ.கா.பெ. ஆனது அவ்விரு எண்களின் பொ.ம.சி. ஐ விடச் சிறியதாக இருக்கும்.

● முதன்மைக் காரணிகளின் மூலம் எண்கள் சிலவற்றின் பொதுமடங்குகளுட் சிறியதைக் காணல்

முதன்மைக் காரணிகளின் மூலம் எண்கள் சிலவற்றின் பொது மடங்கு களுட் சிறியதைக் காணும் முறை பற்றிப் பார்ப்போம்.

4, 12, 18 என்பவற்றின் பொ.ம.சி. ஐக் காண்போம்.

- இவ்வெண்களை முதன்மை காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2^1 \times 3^2$$

- முதன்மைக் காரணிகளின் உயர் வலுவைக் கொண்ட எண்ணைத் தெரிவுசெய்வோம்.

இவ்வெண்களில் வித்தியாசமான முதன்மைக் காரணிகள் 2, 3 ஆகும். மூன்று எண்களினதும் முதன்மைக் காரணிகளைக் கருதும்போது

2 இன் உயர் வலு $= 2^2$.

3 இன் உயர் வலு $= 3^2$.

- அவ்வலுக்களைப் பெருக்குவதால் பொ.ம.சி. கிடைக்கும்.

$\therefore$ 4, 12, 18 என்பவற்றின் பொ. ம. சி. $= 2^2 \times 3^2$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3$
$= 36$

வகுத்தல் முறை மூலம் பொதுமடங்குகளுட் சிறியதைக் காணல்

4, 12, 18 இன் பொ.ம.சி. ஐக் காண்போம்.

- அருகில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு எண்களை எழுதிக் கொள்க.
- 4, 12, 18 என்பன 2 ஆல் வகுபடுவதால் அவற்றை 2 ஆல் வகுக்க.
- விடையாகக் கிடைக்கும் 2, 6, 9 என்ற மூன்று எண்களையும் வகுக்கக்கூடிய முதன்மை எண்கள் இல்லை. எனினும் 2 உம் 6 உம் 2 ஆல் வகுபடும். எனவே 2 ஐயும் 6 ஐயும் ஒவ்வோர் எண்ணின் கீழேயும் 2 ஆல் வகுத்து உரிய விடைகளை எழுதுக. 9 ஐ அவ்வாறே 9 என அதன் கீழே எழுதுக.

2	4,	12,	18
2	2,	6,	9
3	1,	3,	9
	1,	1,	3

- 3, 9 என்ற எண்கள் அடுத்த முதன்மை எண்ணான 3 ஆல் வகுபடுவதால், அவற்றை 3 ஆல் வகுத்து உரிய விடைகளை ஒவ்வோர் எண்ணின் கீழேயும் எழுதுக.
- இப்போது ஒரே எண்ணால் வகுபடக்கூடியதாகக் குறைந்தது இரண்டு எண்களாவது இன்மையால் வகுத்தலை நிறுத்துக.
- வகுத்த எண்களையும் இறுதியாக எஞ்சிய எண்களையும் பெருக்கி பொ.ம.சி. ஐக் காண்க.

$\therefore$ 4, 12, 18 என்பவற்றின் பொ.ம.சி. $= 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 36$

குறிப்பு

வகுத்தல் முறையில் எண்கள் சிலவற்றின் பொ.ம.சி ஐக் காணும் முறை மூலம் செய்யும்போது குறைந்தது இரண்டு எண்களாவது ஒரே எண்ணால் வகுபடும் வரை வகுத்தலைச் செய்து விடையைப் பெற்றுக் கொள்க.

4, 3, 5 எண்களின் பொ.ம.சி. ஐக் காண்போம்.
இவ்வெண்கள் மூன்றையும் வகுக்கக்கூடிய எண்கள் இல்லை. இங்கே இவ்வெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் பெருக்கி பொ.ம.சி. காணப்படும்.
4, 3, 5 இன் பொ.ம.சி. $= 4 \times 3 \times 5$
$= 60$

உதாரணம் 1

முறை I

8, 6, 16 என்னும் எண்களை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

மேலே உள்ள எண்களில் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட முதன்மைக் காரணிகள் 2 உம் 3 உம் ஆகும்.

2 என்னும் எண் 4 தடவைகள் பெறப்பட்டுள்ளன. 3 என்னும் எண் ஒரு தடவை மட்டும் பெறப்பட்டுள்ளது.

∴ 8, 6, 16 ஆகிய எண்களின் பொ.ம.சி.

$= 2^4 \times 3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 48$

முறை II

2	8,	6,	16
2	4,	3,	8
2	2,	3,	4
	1,	3,	2

1, 3, 2 ஆகிய எண்களின் ஆகக் குறைந்தது இரு எண்களாவது வகுக்கக் கூடிய வேறு எண்கள் இல்லாததால் வகுத்தலை நிறுத்துவோம்.

8, 6, 16 என்பவற்றின் பொ.ம.சி.

$= 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2$

$= 48$

உதாரணம் 2



2 மணிகள் முறையே 6 நிமிடங்கள், 8 நிமிடங்களுக்கு ஒரு முறை ஒலிக்கின்றன. காலை 8.00 மணிக்கு இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலித்தால், அவை மீண்டும் எத்தனை மணிக்கு ஒருமித்து ஒலிக்கும்?

இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலிப்பது எத்தனை நிமிடத்துக்கு ஒரு தடவை என்பதைக் காணவேண்டும்.

முதல் மணி ஒலிப்பது 6 நிமிடங்களுக்கு ஒரு முறையாகும். 6, 12, 18, 24, ..
இரண்டாவது மணி ஒலிப்பது 8 நிமிடங்களுக்கு ஒரு முறையாகும். 8, 16, 24, ...
அதாவது இரண்டு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலிப்பது 24 ஆவது நிமிடத்தில் ஆகும்.

இதனைப் பொ.ம.சி. இன் மூலம் காணலாம்.

இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலிப்பது இவ்விரு எண்களின் பொது மடங்கில் என்பதால், முதல் முறையாக இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலிப்பது எத்தனையாவது நிமிடத்தில் என்பதைக் காண 6, 8 என்னும் எண்களின் பொ.ம.சி. ஐக் காண்போம்.

6, 8 இன் பொ.ம.சி. ஐக் காண்போம்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 6,\ 8 \\ \hline & 3,\ 4 \end{array}$$

6, 8 இன் பொ.ம.சி. $= 2 \times 3 \times 4 = 24$

அதாவது இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலிப்பது 24 நிமிடத்துக்குப் பின்னரே.

முதல் முறையாக இரு மணிகளும் ஒருமித்து ஒலித்த நேரம் = மு.ப. 8.00

இரண்டாவது தடவையாக இரு மணிகளும் ஒருமித்து
ஒலிக்கும் நேரம் = மு.ப. 8.24

பயிற்சி 4.7

1. பின்வரும் எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

(i) 18, 24, 36 (ii) 8, 14, 28 (iii) 20, 30, 40

(iv) 9, 12, 27 (v) 2, 3, 5 (vi) 36, 54, 24

2. இராணுவக் கண்காட்சியின்போது மூன்று பீரங்கிகளிலிருந்து முறையே 12 செக்கன்கள், 16 செக்கன்கள், 18 செக்கன்களுக்கு ஒரு தடவை குண் டுகள் சுடப்படுகின்றன. தொடக்கத்தில் மூன்று பீரங்கிகளிலிருந்தும் ஒருமித்து குண்டுகள் சுடப்பட்டால் எத்தனை செக்கன்களின் பின் மீண்டும் அவற்றிலிருந்து ஒருமித்து குண்டுகள் சுடப்படும் என்பதைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) 2, 3 ஆகிய எண்களின் பொ.கா.பெ.......... ஆகும்.

(ii) 4, 12 ஆகிய எண்களின் பொ.ம.சி. .... ஆகும்.

(iii) இரு முதன்மை எண்களின் பொ.கா.பெ. .... ஆகும்.

(iv) 2, 3, 5 ஆகிய எண்களின் பொ.ம.சி. ..... ஆகும்.



2. 12, 42, 75 என்னும் எண்களின் பொ.கா.பெ. ஐயும் பொ.ம.சி. ஐயும் காண்க.

3. 35 343 என்னும் எண்ணை வகுக்காமல் 3 ஆல், 4 ஆல், 6 ஆல், 9 ஆல் வகுபடுமா எனப் பார்க்க.

4. ஒரு வகுப்பில் 45 மாணவர்கள் இருக்கின்றனர். அவர்களுக்குச் சமமான அளவில் புத்தகங்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. ஒருவருக்கு 5 ஐ விடக் குறையாமலும் 10 ஐ விட அதிகரிக்காமலும் அவை வழங்கப்பட வேண்டும். மீதியின்றி வழங்குவதற்கு வாங்க வேண்டிய புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையாக இருக்க வேண்டிய பெறுமானங்களைக் காண்க.



பொழிப்பு

- எண் ஒன்றில் உள்ள காரணிகளுள் முதன்மை எண்கள் அவ்வெண்ணின் முதன்மைக் காரணிகள் ஆகின்றன.
- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களின் பொதுக் காரணிகளுள் மிகப் பெரிய காரணி பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதாகும். அவ்வெண்கள் அனைத்தையும் வகுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய எண் அவ்வெண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதாகும்.
- எண்கள் சிலவற்றின் பொது மடங்குகளில் மிகச் சிறிய மடங்கு அவற்றின் பொது மடங்குகளில் சிறியதாகும். எண்கள் சிலவற்றின் பொ.ம.சி. ஆனது அவ்வெல்லா எண்களாலும் வகுபடக் கூடிய மிகச் சிறிய எண்ணாகும்.

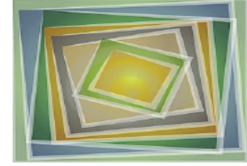
சிந்தனைக்கு



1. நீளம் 16 cm, அகலம் 12 cm கொண்ட செவ்வக வடிவான துணி வீணாகாமல் சதுர வடிவான துண்டுகளாக வெட்டப்படுகின்றது. அவ்வாறு வெட்டப்படும் மிகப் பெரிய சதுரத்தின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் எவ்வளவு?



2. நீளம் 16 cm, அகலம் 12 cm கொண்ட செவ்வக வடிவான தரை ஓடுகள் சதுர வடிவமுடைய தரையொன்றில் பதிக்கப்படுகின்றன. தரையோடுகளை வெட்டாமல் பதிப்பதற்கு தரையின் ஆகக் குறைந்த நீளம் எதுவாக இருக்கும்.



3. சிறுவர்கள் மிதித்துச் செல்லும் முச்சில்லு வண்டியின் முன் சில்லின் பரிதியின் அளவு 96 cm உம் பின் சில்லுகளின் பரிதியின் அளவு 84 cm உம் ஆகும். வண்டியின் மூன்று சில்லுகளும் முழு எண்ணிக்கைச் சுற்றுகளை ஆக்குவதற்கு வண்டி செல்ல வேண்டிய குறைந்த தூரம் எவ்வளவு?



4. 24, 60, 36 என்பவற்றால் வகுக்கும்போது மீதி 19 ஆகவுள்ள சிறிய எண் யாது?



சுட்டிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஓர் எண்ணை முதன்மை எண்ணொன்றை அடியாகவுடைய சுட்டி வடிவில் எழுதுவதற்கும்
- அடியை அட்சரக் குறியீடாகவுடைய வலுக்களை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- அடியை அட்சரக் குறியீடாகவுடைய வலுக்களை விரித்து எழுது வதற்கும்
- அடியை அட்சரக் குறியீடாகவுடைய வலுக்களில் நேர்நிறை வெண்களைப் பிரதியீடுசெய்து பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும்

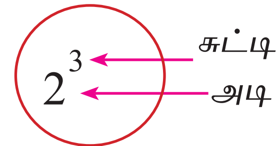
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

சுட்டிகள்

ஓர் எண் அதே எண்ணால் மீண்டும் மீண்டும் பல தடவைகள் பெருக்க வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அதனைச் சுருக்கமாகச் சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதலாம்.

$2 \times 2 \times 2$ என்பது சுட்டிகளைப் பயன்படுத்தி 2^3 என எழுதப்படும்.
அதாவது $2 \times 2 \times 2 = 2^3$
2^3 இல் 2 ஆனது அடி எனவும், 3 ஆனது சுட்டி எனவும் அழைக்கப்படும்.
2^3 என்பது ''இரண்டின் மூன்றாம் வலு'' என வாசிக்கப்படும்.

எனவே $2 \times 2 \times 2 = 8$ ஆகும். இங்கு 8 என்னும் எண்ணை சுட்டிக் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி 2^3 என எழுத முடியும்.



சுட்டியானது ஓர் நேர் நிறைவெண்ணாக இருக்கும்போது இது அடி எத்தனை தடவைகள் பெருக்கப்படுகின்றது என்பதைக் குறிக்கின்றது.

பெருக்கல்	பெருக்கப்பட்டிருக்கும் தடவைகள்	சுட்டிக் குறிப்பீடு
3×3	2	3^2
$3 \times 3 \times 3$	3	3^3
$3 \times 3 \times 3 \times 3$	4	3^4
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	5	3^5
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	6	3^6

சுட்டிகள் பற்றி இதுவரை கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண் கோவையையும் விரித்தெழுதி அதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) 3^2 (ii) 5^4 (iii) $2^2 \times 3$ (iv) $6^2 \times 5^2$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெருக்கத்தையும் சுட்டியைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

(i) $4 \times 4 \times 4$ (ii) $7 \times 7 \times 7 \times 7$
(iii) $2 \times 2 \times 3 \times 3$ (iv) $3 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

எண்	சுட்டிக் குறிப்பீடு	அடி	சுட்டி	சுட்டிக் குறிப்பீட்டை வாசிக்கும் முறை
25	5^2	5	2	5 இன் 2 ஆம் வலு
343	...	7	...	....
...	...	....	...	6 இன் 3 ஆம் வலு

4. 16 என்ற எண்ணை

(i) 2 ஐ அடியாகவுடைய சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.
(ii) 4 ஐ அடியாகவுடைய சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

5.1 ஓர் எண்ணை முதன்மை எண்ணொன்றை அடியாகவுடைய சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எடுத்துரைத்தல்

8 ஐ முதன்மை எண்ணொன்றை அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுவோம்.

8 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$ என்பதால்

8 சுட்டி வடிவில் 2^3 ஆகும்.

இனி நாம் எண் 40 ஐ, முதன்மை எண்களை அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுவோம்.

எண் 40 ஐ முதன்மை எண்களை அடியாகக் கொண்ட சுட்டிகளை எழுதுவோம்.

$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ \hline 2 & 20 \\ \hline 2 & 10 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

இதனைச் சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதும்போது, $40 = 2^3 \times 5$ எனப் பெறப்படும்.

அதாவது, $40 = 2^3 \times 5$ என்னும் வடிவில் அடிகள் முதன்மையெண்களாகுமாறுள்ள வலுக்களின் பெருக்கமாக எடுத்துரைக்கலாம்.

இவ்வாறு ஓர் எண்ணினை முதன்மை எண்களை அடியாகக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கமாக எடுத்துரைக்க

- அவ்வெண்ணை மீதியின்றி வகுக்கக்கூடிய சிறிய முதன்மையெண்ணில் இருந்து வகுத்தலை ஆரம்பிக்க.
- இறுதியாக 1 பெறும் வரை அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் முதன்மை எண்களால் வகுத்தலை தொடர்க.
- வகுக்கப் பயன்படுத்திய எண்களைப் பெருக்கி முதன்மை எண்களின் வலுக்களாக எழுதுக.

உதாரணம் 1

எண் 36 ஐ முதன்மை எண்களை அடியாகக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

உதாரணம் 2

எண் 100 ஐ, முதன்மை எண்களை அடிகளாகக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 100 \\ \hline 2 & 50 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= 2^2 \times 5^2$

பயிற்சி 5.1

1. (i) 25 இனை 5 ஐ அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

(ii) 64 இனை 2 ஐ அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

(iii) 81 இனை 3 ஐ அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

(iv) 49 இனை 7 ஐ அடியாகக் கொண்ட சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண்ணையும் முதன்மை எண்களை அடியாகக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கமாக எழுதுக.

(i) 18 (ii) 24 (iii) 45 (iv) 63 (v) 72

5.2 அடியை அட்சரக் குறியீடாகவுடைய வலுக்களின் சுட்டிக் குறிப்பீடு

யாதாயினும் ஓர் எண்ணை அடியாகக் கொண்ட வலுக்கள் பற்றிக் கற்ற நாம் அடி அட்சரக் குறியீடாகவுடைய சந்தர்ப்பங்களைத் தற்போது அவதானிப்போம்.

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$5 \times 5 \times 5 = 5^3$

இவ்வாறு சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுத நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.



நாம் மேற்குறித்தவாறே $x \times x \times x = x^3$ என எழுதமுடியும். x^3 (சுட்டி, அடி)
x^3 இல் அடி x உம் சுட்டி 3 உம் ஆகும்.
மேலும்

$$a \times a = a^2 \text{ எனவும்}$$
$$m \times m \times m \times m = m^4 \text{ எனவும்}$$

அடியை அட்சரக் குறியீடாகக் கொண்டு வலுவை எடுத்துரைக்கலாம்.
$2^1 = 2$ ஆகும். எண்ணொன்றின் முதலாம் வலு அவ்வெண்ணே ஆகும்.

அதேபோல் $a^1 = a$ எனச் சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதப்படும்.
2 இனதும் 3 இனதும் பெருக்கம் 2×3 என எழுதப்படும்.
x, y என்னும் அட்சரக்குறியீடுகளைக் கவனிப்போம்.
x, y ஆகியவற்றின் பெருக்கம் $x \times y$ என எழுதலாம்.
$x \times y$ என்பதை xy அல்லது yx என எழுதப்படும்.
$3xy$ என்பதன் பொருள் $3 \times x \times y$ என்பதே.
இவ்வாறே $m \times m \times m \times n \times n = m^3 \times n^2$ என எழுதலாம்.
இதற்கேற்ப $m^3 \times n^2 = m^3n^2$ அல்லது $m^3 \times n^2 = n^2m^3$ என எழுதலாம்.

இரண்டு வலுக்கள் பெருக்கக் குறியீட்டினால் தொடர்புற்றுள்ள சந்தர்ப்பங்களில் அவ்விரண்டு வலுக்களினதும் அடிகள் எண் பெறுமானமாக இல்லையெனின் பெருக்கக் குறியீட்டை இடுவது அவசியமற்றது.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

(i) $p \times p \times p$ (ii) $x \times x \times y \times y \times y$
(iii) $2 \times 2 \times a \times a \times a$ (iv) $m \times 3 \times m \times 3 \times 3$



(i) $p \times p \times p = p^3$ (ii) $x \times x \times y \times y \times y = x^2 \times y^3 = x^2y^3$
(iii) $2 \times 2 \times a \times a \times a = 2^2 \times a^3 = 2^2a^3$
(iv) $m \times 3 \times m \times 3 \times 3 = 3^3 \times m^2 = 3^3m^2$

உதாரணம் 2

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் பெருக்கமாக விரித்து எழுதுக.

(i) m^3 (ii) p^2q^3 (iii) 5^2x^3

(i) $m^3 = m \times m \times m$

(ii) $p^2q^3 = p \times p \times q \times q \times q$

(iii) $5^2x^3 = 5 \times 5 \times x \times x \times x$

பயிற்சி 5.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் சுட்டிக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

(i) $x \times x \times x \times x$ (ii) $a \times a \times a$ (iii) $m \times m \times m \times n \times n \times n$

(iv) $7 \times 7 \times 7 \times p \times p$ (v) $y \times y \times y \times y \times 7 \times 7 \times 7$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் பெருக்கமாக விரித்து எழுதுக.

(i) a^2 (ii) p^2 (iii) 2^3m^2 (iv) 3^2x^3 (v) $x^3 \times y^3$

5.3 பிரதியீட்டின் மூலம் ஒரு வலுவின் பெறுமானம் காணல்

இங்கு தெரியாக் கணியமாகிய அடிக்கு பெறுமானங்களைப் பிரதியீடுசெய்வதன் மூலம் சுட்டிக் கோவையின் பெறுமானத்தைக் காணலாம். இப்பாடத்தில் நேர் நிறைவெண்களை மாத்திரம் பிரதியீடு செய்தல் இடம்பெறுகிறது.

$x = 2$ ஆகும்போது x^3 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

முறை I

x இற்காக 2 ஐப் பிரதியிடுவதன் மூலம்,

$x^3 = 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2$

$= 8$

முறை II

$x^3 = x \times x \times x$

x இற்காக 2 ஐப் பிரதியிடுவதன் மூலம்

$x^3 = 2 \times 2 \times 2$

$x^3 = 8$

உதாரணம் 1

$x = 5$ ஆகும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) x^3

முறை I

$x^3 = x \times x \times x$
$= 5 \times 5 \times 5$
$= 125$

முறை II

$x^3 = 5^3$
$= 5 \times 5 \times 5$
$= 125$

(ii) $3x^2$

$3x^2 = 3 \times x \times x$
$= 3 \times 5 \times 5$
$= 75$

உதாரணம் 2

$a = 3$, $b = 5$ ஆகும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $a^2 b$

$a^2 b = a \times a \times b$
$a = 3$, $b = 5$ பிரதியிடும்போது
$a^2 b = 3 \times 3 \times 5$
$= 45$

(ii) $2a^3 b^2$

$2a^3 b^2 = 2 \times a \times a \times a \times b \times b$
$a = 3$, $b = 5$ எனப் பிரதியிடும்போது
$2a^3 b^2 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
$= 1350$

பயிற்சி 5.3

1. $x = 3$ ஐப் பிரதியிட்டு கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) x^4 (ii) $3x^2$ (iii) $5x^3$

2. $a = 3$ ஐப் பிரதியிட்டு கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $2a^2$ (ii) 2^2a^2 (iii) $7a^2$

3. $x = 1, y = 7$ என்பவற்றைப் பிரதியிட்டுக் கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

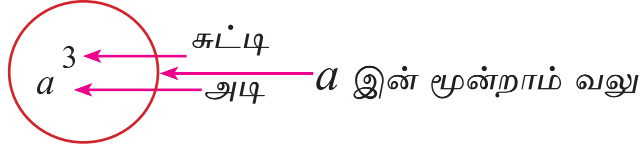
(i) $x^2 y^3$ (ii) $2x^3 y$ (iii) $3x y^2$

4. $a = 2,\ b = 7$ என்பவற்றைப் பிரதியிட்டு கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $a^2 b$ (ii) ab^2 (iii) a^3b^2 (iv) $3a^2b^2$

பொழிப்பு

- ஒரு தெரியாக் கணியத்தை மீண்டும் மீண்டும் பெருக்குவதன் மூலம் அத்தெரியாக் கணியத்தை அடியாகவும் பெருக்கப்பட்ட தடவைகளின் எண்ணிக்கையைச் சுட்டியாகவும் கொண்ட ஒரு வலுவாக எடுத்துரைக்க முடியும்.



- இரண்டு வலுக்கள் பெருக்கல் குறியீட்டினால் தொடர்பு படுத்தப்பட்டுள்ளச் சந்தர்ப்பங்களில் அவ்விரண்டு வலுக்களினதும் அடிகள் எண் பெறுமானம் அல்லாதவிடத்து பெருக்கல் குறியீட்டை இடுவது அவசியமற்றது.
- அடியை, தெரியாக் கணியமொன்றாகக் கொண்ட சுட்டிக் கோவை களில் தெரியாக் கணியத்திற்கு எண்களைப் பிரதியீடுசெய்து அச்சுட்டிக் கோவைகளின் பெறுமானங்களைக் காணலாம்.



காலம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- காலத்தை அளக்கும் அலகுகளான மாதம், வருடம், தசாப்தம், சதாப்தம், சகாப்தம் என்பவற்றை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- நெட்டாண்டு என்றால் யாதென அறிந்து கொள்வதற்கும்
- காலத்தை அளக்கும் அலகுகளுக்கிடையிலான தொடர்பினை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- காலம் தொடர்பான அலகுகளைக் கூட்டுவதற்கும் கழிப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

6.1 காலத்தை அளக்கும் அலகுகள்

காலத்தை அளக்கும் அலகுகளான செக்கன், நிமிடம், மணி, நாள் என்பன பற்றி நீங்கள் ஏற்கனவே கற்றுள்ளீர்கள்.

நாளொன்றில் நடைபெறும் பல்வேறு காரியங்களுக்கு எடுக்கும் காலத்தைக் காண்பதற்கு நேரத்தைப் பயன்படுத்தும் முறையையும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.



இப்போது நாம் மேலும் காலத்தை அளக்கும் அலகுளான மாதம், வருடம், தசாப்தம், சதாப்தம், சகாப்தம் என்பன பற்றிக் கற்போம்.

• மாதம், வருடம்

குறிப்பிட்ட தினத்தில் தொடங்கி மற்றுமொரு தினத்தில் முடிவடையும் யாதேனுமொரு நிகழ்ச்சிக்கு எடுக்கும் காலத்தை நாட்காட்டியின் மூலம் காணலாம்.

ஒரு நாட்காட்டி நாள், வாரம், மாதம் என்றவாறு பல்வேறு அலகுகளைப் பயன்படுத்தி அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இது 12 மாதங்களைக் கொண்டுள்ள தையும் நீங்கள் கண்டிருப்பீர்கள்.

2015 ஆம் ஆண்டுக்குரிய நாட்காட்டியும் அதற்கேற்ப ஒவ்வொரு மாதத்திலும் காணப்படும் நாட்களின் எண்ணிக்கைகளும் கீழே அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

2015

January

S	M	T	W	T	F	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

February

S	M	T	W	T	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

March

S	M	T	W	T	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

April

S	M	T	W	T	F	S
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

May

S	M	T	W	T	F	S
31					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

June

S	M	T	W	T	F	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

July

S	M	T	W	T	F	S
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

August

S	M	T	W	T	F	S
30	31					1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29

September

S	M	T	W	T	F	S
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

October

S	M	T	W	T	F	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

November

S	M	T	W	T	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

December

S	M	T	W	T	F	S
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

31 நாட்களை கொண்ட மாதங்கள்	30 நாட்களைக் கொண்ட மாதங்கள்	28 நாட்களைக் கொண்ட மாதங்கள்
ஜனவரி	ஏப்பிரல்	பெப்பிரவரி
மார்ச்	ஜுன்	
மே	செப்டெம்பர்	
ஜுலை	நவம்பர்	
ஆகஸ்ட்		
ஒக்டோபர்		
டிசெம்பர்		

குறிப்பிட்ட ஒரு நாட்காட்டியானது ஜனவரி 1 ஆம் திகதி தொடங்கி டிசெம்பர் 31 ஆம் திகதியுடன் முடிவுறும் அவ்வருடத்திற்கான ஒரு வருட காலத்தைக் கொண்டிருக்கும்.

இதற்கேற்ப 2015 ஆம் ஆண்டின் மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கை 365 நாட்கள் ஆகும். சாதாரண வருடமொன்றில் 365 நாட்கள் உண்டு. மேலும் காணப்படும் சில வேறுபாடுகள் பற்றிப் பின்னர் கற்போம்.

☞ 2015 – 08 – 01 என்ற நாள் என்பது,
2015 - 08 - 01 00:00 என்ற நேரத்திலிருந்து 2015 - 08 - 01 24:00 என்ற நேரம் வரை கொண்ட காலப் பகுதி ஆகும்.

☞ ஒரு நாள் முடியும் அதே கணத்தில் அடுத்த நாள் ஆரம்பிக்கின்றது. எனவே 2015 – 08 – 01 நாள் முடிவடையும் நேரம் 24:00 என்பது 2015 – 08 – 02 தொடங்கும் நேரம் 00:00 இனால் தரப்படும்.

☞ 2015 என்ற வருடம் என்பது,
2015 - 01 - 01 இலிருந்து 2015 - 12 - 31 வரை கொண்ட காலப்பகுதி ஆகும்.



குறிப்பு

காலத்தை அளப்பதற்கு மதத்தைத் தோற்றுவித்தவர்களின் பிறப்பு அல்லது இறப்பு வருடங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இப்போது சர்வதேச ரீதியில் பயன்படுத்தப்படுவது கிறிஸ்து பிறந்த வருடம் ஆகும். கிறிஸ்து பிறந்த பின் உள்ள வருடங்கள் கி.பி. எனவும் கிறிஸ்து பிறப்பதற்கு முன் உள்ள வருடங்கள் கி.மு. எனவும் குறிக்கப்படும்.

தசாப்தம்

10 வருடங்கள் கொண்ட காலப்பகுதியானது ஒரு **தசாப்தம்** என அழைக்கப்படுகிறது. 1948 என்ற வருடத்தைக் கருதுவோம். இந்தத் தசாப்தத்தின் முதல் வருடம் 1941 ஆவதோடு கடைசி வருடம் 1950 ஆகிறது.

கி.பி. 1 தொடக்கம் கி.பி. 10 வரையுள்ள காலம் முதலாம் தசாப்தம் ஆகும்.
கி.பி. 11 தொடக்கம் கி.பி. 20 வரையுள்ள காலம் இரண்டாம் தசாப்தம் ஆகும்.
கி.பி. 1811 தொடக்கம் கி.பி. 1820 வரையுள்ள காலம் 182 ஆம் தசாப்தம் ஆகும்.
கி.பி. 1951 தொடக்கம் கி.பி. 1960 வரையுள்ள காலம் 196 ஆம் தசாப்தம் ஆகும்.
கி.பி. 2011 தொடக்கம் கி.பி. 2020 வரையுள்ள காலம் 202 ஆம் தசாப்தம் ஆகும்.

அதாவது 1941 - 01 - 01 ஆந் திகதி 00:00 என்ற நேரம் தொடக்கம் 1950 - 12 - 31 ஆந் திகதி 24:00 என்ற நேரம் வரையுள்ள காலம் ஒரு தசாப்தமாகும். இது 195 ஆம் தாசாப்தத்திற்குரிய காலப்பகுதியாகின்றது.

- **சதாப்தம் (நூற்றாண்டு)**

நூறு வருடங்கள் கொண்ட காலப் பகுதி ஒரு சதாப்தம் அல்லது நூற்றாண்டு எனப்படும்.

கி.பி. 1 தொடக்கம் கி.பி. 100 வரை முதலாம் சதாப்தம்
கி.பி. 0101 தொடக்கம் கி.பி. 0200 வரை இரண்டாம் சதாப்தம்
கி.பி. 1801 தொடக்கம் கி.பி. 1900 வரை 19 ஆம் சதாப்தம்
கி.பி. 1901 தொடக்கம் கி.பி. 2000 வரை 20 ஆம் சதாப்தம்

கி.பி 2001 தொடக்கம் கி.பி. 2100 வரை 21 ஆம் சதாப்தம் 2001 - 01 - 01 ஆந் திகதி நேரம் 00:00 தொடக்கம் 2100 - 12 - 31 ஆம் திகதி நேரம் 24:00 வரையுள்ள காலம் 21 ஆம் சதாப்தம் ஆகும்.

சகாப்தம் (ஆயிரம் ஆண்டு)

1000 வருடங்கள் கொண்ட காலப்பகுதி **சகாப்தம்** எனப்படும். தற்போது நாம் கி.பி நாட்காட்டியின்படி இரண்டு சகாப்தங்களைக் கடந்து மூன்றாம் சகாப்தத்தில் வாழ்கின்றோம்.

கி.பி. 1 தொடக்கம் கி.பி. 1000 வரை முதலாம் சகாப்தம்
கி.பி. 1000 தொடக்கம் கி.பி. 2000 வரை இரண்டாம் சகாப்தம்

உதாரணம் 1

கி.பி. 1505 எந்த சகாப்தத்தைச் சேர்ந்தது ? 2 ஆம் சகாப்தம்.
கி.பி. 1505 எந்த சதாப்தத்தைச் சேர்ந்தது ? 16 ஆம் சதாப்தம்.
கி.பி. 1505 எந்த தசாப்தத்தைச் சேர்ந்தது ? 151 ஆம் தசாப்தம்.

பயிற்சி 6.1

1. பின்வரும் ஒவ்வோர் ஆண்டும் எத்தனையாம் தசாப்தத்தைச் சேர்ந்தது என எழுதுக.

(i) 1856 (ii) 1912 (iii) 1978 (iv) 2004

2. 22 ஆம் சதாப்தத்தின் முதல் நாள், இறுதி நாள் என்பவற்றை எழுதுக.

3. பின்வரும் ஒவ்வொரு ஆண்டும் எந்த சதாப்தத்தைச் சேர்ந்தது என எழுதுக.

(i) கி.பி. 1796 (ii) கி.பி. 1815 (iii) கி.பி. 1956 (iv) கி.பி. 2024



6.2 நெட்டாண்டு

2016 ஆம் ஆண்டு நாட்காட்டி கீழே தரப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு மாதத்தினதும் நாட்களின் எண்ணிக்கைகளைக் கருதினால் அது எவ்வகையில் 2015 ஆம் ஆண்டு நாட்காட்டியுடன் வேறுபடுகின்றது என அறியலாம்.

2016

31 நட்கள் கொண்ட மாதங்கள்	30 நட்கள் கொண்ட மாதங்கள்	29 நட்கள் கொண்ட மாதங்கள்
ஜனவரி	ஏப்பிரல்	பெப்பிரவரி
மார்ச்	ஜுன்	
மே	செப்டெம்பர்	
ஜுலை	நவம்பர்	
ஆகஸ்ட்		
ஒக்டோபர்		
டிசெம்பர்		

பெப்பிரவரி மாதத்தில் 29 நாட்கள் உள்ளதால் 2016 ஆம் ஆண்டில் 366 நாட்கள் உள்ளன. பெப்பிரவரி மாதத்தில் 29 நாட்களைக் கொண்ட ஒவ்வொரு ஆண்டிலுமுள்ள மொத்த நாட்களின் எண்ணிக்கை 366 ஆகும். அவ்வாறான வருடம் **நெட்டாண்டு** எனப்படும்.

நூறின் மடங்கு அல்லாத யாதேனுமொரு ஆண்டு 4 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் எனின் அது நெட்டாண்டு ஆகும்.

நூறின் மடங்காகவுள்ள ஆண்டுகள் 400 ஆல் வகுபடும் சந்தர்ப்பத்தில் மட்டுமே நெட்டாண்டுகளாகக் கொள்ளப்படுகின்றன.

உதாரணம் 1

2000 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகுமா?

2000, 100 இன் மடங்காகும் $(2000 = 100 \times 20$ என்பதால்)

2000 ஆனது 400 ஆல் வகுபடும். $(2000 \div 400 = 5$ என்பதால்)

எனவே 2000 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகும்.

உதாரணம் 2

கி.பி. 1900 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகுமா?
1900, 100 இன் மடங்காகும் (1900 = 100 × 19 என்பதால்)
1900 ஐ 400 ஆல் வகுக்க முடியாது.
எனவே கி.பி. 1900 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டல்ல.

உதாரணம் 3

கி.பி. 2008 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகுமா?
2008, 100 இன் மடங்கு அல்ல.
2008, 4 இன் மடங்காகும் (2008 = 4 × 502 என்பதால்)
எனவே கி.பி. 2008 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகும்.

உதாரணம் 4

கி.பி. 2010 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டாகுமா?
2010, 100 இன் மடங்கு அல்ல.
2010, 4 இன் மடங்குமல்ல.
எனவே கி.பி. 2010 ஆம் ஆண்டு ஒரு நெட்டாண்டல்ல.

குறிப்பு
4 இன் மடங்கல்லாத எந்தவோர் ஆண்டும் நெட்டாண்டல்ல.

நேரங்களை அளக்கும் அலகுகளுக்கிடையேயான தொடர்புகள்
60 செக்கன்கள் = 1 நிமிடம்
60 நிமிடங்கள் = 1 மணித்தியாலம்
24 மணித்தியாலங்கள் = 1 நாள்

28, 29, 30, 31 நாட்கள் கொண்ட மாதங்கள் உள்ளன. எனினும் 30 நாட்கள் கொண்ட காலம் 1 மாதமாகக் கொள்ளப்படுகின்றது.



12 மாதங்கள் = 1 வருடம்
365 நாட்கள் = 1 வருடம்
366 நாட்கள் = 1 நெட்டாண்டு

வருடத்தில் தரப்பட்டுள்ள காலத்தை நாட்களில் வகைகுறிப்பதற்கு 365 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

வருடத்தில் தரப்பட்டுள்ள காலத்தை மாதங்களில் வகைகுறிப்பதற்கு 12 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

குறிப்பு
30 நாள் ஒரு மாதம் எனக் கொள்வதால் ஒரு வருடத்தில் 12 மாதங்கள் 5 நாட்கள் உண்டு. எனவே 12 மாதங்களை 1 வருடம் எனக் கொள்வது சரியல்ல. எனவே விடைக்கு 5 நாட்கள் சேர்ப்பதால் பெறப்படும் விடை திருத்தமானது. இது உங்களது மேலதிக அறிவிற்கு மட்டுமே. எனினும் கணித்தல்களுக்கு பாடத்தில் தரப்பட்ட நியம முறைகளையே பயன்படுத்த வேண்டும்.

உதாரணம் 1

(i) 280 நாட்களை மாதம், நாட்களில் காண்க.

$$\begin{array}{r|l} & 9 \\ 30 & 280 \\ & 270 \\ & \ \ 10 \end{array}$$

9 மாதங்கள் 10 நாட்கள்.

உதாரணம் 2

(i) 3 வருடங்களை மாதங்களில் தருக.
(ii) 3 வருடங்களை நாட்களில் தருக.

(i) 3 வருடங்கள் = 3 × 12
= 36 மாதங்கள்

(ii) 3 வருடங்கள் = 3 × 365 நாட்கள்
= 1095 நாட்கள்

பயிற்சி 6.2

1. பின்வரும் ஆண்டுகளில் நெட்டாண்டுகளை தெரிவுசெய்து எழுதுங்கள்

(i) கி.பி. 1896 (ii) கி.பி. 1958 (iii) கி.பி. 1960

(iv) கி.பி. 1400 (v) கி.பி. 1600 (vi) கி.பி. 2016

2. (a) பின்வரும் நாட்களை மாதம், நாள் என்பவற்றில் எழுதுக.

(i) 255 நாட்கள் (ii) 100 நாட்கள் (iii) 180 நாட்கள்

(b) 5 வருடங்களில் எத்தனை மாதங்கள் உள்ளன, எத்தனை நாட்கள் உள்ளன?

3. பேருந்து ஒன்று தினமும் நான்கு தடவைகள் பயணத்தை மேற்கொள்கின்றது. இப்பேருந்து 6 மாதங்களில் எத்தனை தடவைகள் பயணத்தை மேற்கொள்ளும்.



4. நோயாளி ஒருவர் தினமும் 3 மருந்து வில்லைகள் வீதம் 2 மாதங்களுக்கு மருந்து பயன்படுத்த வேண்டியுள்ளது. இதற்கு அவருக்கு எத்தனை மருந்து வில்லைகள் தேவைப்படுகின்றன?

5. தினமும் 1 மணி நேரம் உடற்பயிற்சியில் கட்டாயம் ஈடுபடும் ஒருவர்,

(i) ஒரு வருடத்தில் (நெட்டாண்டல்ல) உடற் பயிற்சியில் ஈடுபட்ட காலத்தை மணித்தியாலங்களில் காண்க.

(ii) அக்காலத்தை நாட்களில் தருக.



6. ஒவ்வொரு நாளும் குறைந்தது ரூ. 5 ஐ உண்டியலில் இடும் ஒருவர் பின்வரும் காலங்களில் சேகரிக்கக்கூடிய மிகக் குறைந்த தொகை பணம் எவ்வளவு?

(i) 4 வாரங்களில் (ii) நெட்டாண்டு ஒன்றில்



6.3 காலம் தொடர்பான கணித்தல்கள்

ஒரு பாடசாலை முதலாம் தவணையில் 3 மாதங்கள் 6 நாட்களும் இரண்டாம் தவணையில் 3 மாதங்கள் 8 நாட்களும் மூன்றாம், தவணையில் 3 மாதங்களும் 3 நாட்களும் நடைபெற்றது. அந்த ஆண்டு அப்பாடசாலை நடைபெற்ற காலத்தை மாதங்கள், நாட்கள் என்பவற்றில் காண்போம். இதற்கு, மேற்குறித்த காலங்களைக் கூட்ட வேண்டும். அப்போது பாடசாலை நடத்தப்பட்ட காலம் 9 மாதங்கள் 17 நாட்கள் ஆகும்.

	மா.	நா.
	3	6
	3	8
+	3	3
	9	17

உதாரணம் 1

குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் ஒருவர் 5 வருடங்கள் 6 மாதங்கள் 23 நாட்கள் அதி கஷ்டப் பிரதேசப் பாடசாலையிலும் 6 வருடங்கள் 8 மாதங்கள் 15 நாட்கள் கஷ்டப் பிரதேசப் பாடசாலையிலும் எஞ்சிய காலத்தை வசதியான பிரதேசப் பாடசாலையிலும் கடமையாற்றி ஓய்வு பெற்றார்.

(i) அவரது அதி கஷ்ட, கஷ்டப் பிரதேச மொத்த சேவைக் காலத்தைக் காண்க.

(ii) அவரது மொத்த சேவைக்காலம் 28 வருடங்கள் 2 மாதங்கள் 2 நாட்கள் எனின், வசதியான பிரதேசப் பாடசாலையில் அவரது சேவைக் காலம் எவ்வளவு எனக் காண்க.

(i)

	வரு	மாதம்	நாள்
	5	6	23
+	6	8	15
			8

நாள் நிரலில் நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டுவோம். 23நாட்கள் + 15நாட்கள் = 38 நாட்கள், 38 நாட்கள் = 1 மாதம் + 8 நாட்கள்
8 நாட்கள், நாள் நிரலில் எழுதப்படுகின்றது
1 மாதம், மாத நிரலுக்குக் கொண்டு செல்லப்படுகின்றது.

	வரு	மாதம்	நாள்
	5	6	23
+	6	8	15
	12	3	8

மாத நிரலில், 1 + 6 + 8 = 15. 15 மாதங்கள் = 1 வருடம் 3 மாதங்கள், 3 மாதங்களை மாத நிரலில் எழுதப்படுகின்றது.1வருடம், வருட நிரலுக்குக் கொண்டு செல்லப்படுகின்றது.

வருட நிரலில், 1 வருடம் + 5 வருடங்கள் + 6 வருடங்கள் = 12 வருடங்கள்
12 வருடங்கள், வருட நிரலில் எழுதப்படுகின்றது.

அவரது அதி கஷ்ட, கஷ்டப் பிரதேச மொத்தச் சேவைக் காலம் 12 வருடங்கள் 3 மாதங்கள் 8 நாட்கள் ஆகும்.

(ii)

வரு	மாதம்	நாள்
28	2	2
– 12	3	8
		24

நாள் நிரலில் 2 சிறிது 8 இலும் என்பதால் மாத நிரலிலிருந்து 1 மாதத்தை அதாவது 30 நாளை நாள் நிரலுக்குக் கொண்டுவருவோம். அப்போது 30 + 2 = 32 நாட்கள்
32 – 8 = 24. 24 ஐ, நாள் நிரலின் கீழ் எழுதுவோம்.

வரு	மாதம்	நாள்
28	2	2
– 12	3	8
15	10	24

மாத நிரலில், 1 மாதத்திலிருந்து 3 மாதத்தைக் கழிக்க முடியாது.
எனவே வருட நிரலிலிருந்து 1 வருடத்தை, அதாவது 12 மாதத்தை மாத நிரலுக்குக் கொண்டு செல்வோம், மாத நிரலில் 12 + 1 = 13 மாதங்கள் கிடைக்கும்.
13 – 3 = 10 மாதங்கள்
10 மாதங்களை, மாத நிரலில் எழுதுவோம்.

வருட நிரலில் மீதியாக உள்ள 27 வருடங்களில் 12 ஐக் கழிக்கும்போது 27 – 12 = 15. 15 வருடங்கள் ஆகும்.

ஆசிரியர் வசதியான பிரதேசத்தில் சேவை செய்த காலம் 15 வருடங்கள் 10 மாதங்கள் 24 நாட்கள் ஆகும்.

உதாரணம் 2

தர்ஷிகாவின் பிறந்த தினம் 2008-05-06 ஆகும்.

(i) 2016-08-24 ஆந் திகதியன்று அவரது வயதினை வருடம், மாதம், நாள் ஆகியவற்றில் காண்க.

(ii) துஷாந்தன் அவளை விட 3 வருடங்கள் 6 மாதங்கள் 3 நாட்கள் இளையவர். அவரின் பிறந்த தினத்தைக் காண்க.

(i) வயதினைக் காணவேண்டிய தினம் = 2016 08 24

தர்ஷிகாவின் பிறந்த தினம் = 2008 05 06

2016 - 08 - 24 ஆந் திகதிக்கு தர்ஷிகாவின் வயதைக் காண்போம்.

	வ	மா	தி
	2016	8	24
−	2008	5	6
	8	3	18

தர்ஷிகாவின் வயது 8 வருடங்கள் 3 மாதங்கள் 18 நாட்கள்.

(ii) துஷாந்தனின் பிறந்த தினம் 2011 ஆண்டு 11 ஆம் மாதம் 09 ஆந் திகதி.

	வ	மா	தி
	2008	5	6
+	3	6	3
	2011	11	9

பயிற்சி 6.3

1. கூட்டுக.

(i)

மா.	நா.
8	18
+2	25

(ii)

மா.	நா.
8	22
2+	16

(iii)

வ.	மா.	நா.
12	6	21
+3	2	19

(iv)

வ.	மா.	நா.
8	9	19
+2	6	23

2. கழிக்க.

(i)

மா.	நா.
6	23
−3	15

(ii)

மா.	நா.
6	18
− 2	24

(iii)

வ.	மா.	நா.
3	6	15
− 2	4	18

(iv)

வ.	மா.	நா.
2	8	12
− 1	2	15

3. திலீபனின் பிறந்த நாள் 2003-09-07

குமுதினியின் பிறந்த நாள் 2000-02-04

(i) இன்று இருவரதும் வயதுகளைக் காண்க.

(ii) குமுதினி, திலீபனிலும் பார்க்க எவ்வளவு வயதில் கூடியவர் என்பதனை இருவரினதும் வயதுகளின் மூலமும் அவர்களது பிறந்த தினங்களில் இருந்தும் காண்க.

4. இரண்டு ஆசிரியர்கள் ஒரு பாடசாலையில் சேவையாற்றிய காலம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பெயர்	சேர்ந்த தினம்	விலகிய தினம்
திரு.இக்பால்	2001-07-13	2014-11-22
திரு.குமாரதாஸ்	1997-03-20	2012-01-10

(i) ஒவ்வொருவரும் அப்பாடசாலையில் சேவையாற்றிய காலங்களைக் காண்க. அதிலிருந்து அப்பாடசாலையில் கூடிய காலம் சேவையாற்றியவர் யார் என்பதைக் காண்க.

(ii) கூடிய சேவைக்காலத்தையுடையவரின் சேவைக்காலம் மற்றையவரின் சேவைக்காலத்திலும் பார்க்க எவ்வளவு கூடியது.

5. சுபாஷினியின் பிறந்த திகதி 2004-08-13 ஆகும். அவரது மூத்த சகோதரர் அவரிலும் பார்க்க 1 வருடம் 8 மாதம் 25 நாளினால் வயதில் கூடியவர். மூத்த சகோதரரின் பிறந்த நாளைக் காண்க.

6. பாடசாலை ஒன்று ஆரம்பமான திகதி 1928-03-26 ஆகும்.

(i) அப்பாடசாலைக்கு 100 வருடம் பூர்த்தியாகும் திகதி யாது?

(ii) அத்தினத்திற்கு இன்றிலிருந்து எத்தனை நாட்கள் உண்டு எனக் காண்க.

7. ஆக்கில் 2012-02-13 இலிருந்து 2014-07-27 வரை ஜப்பானிலும் 2014-12-17 இலிருந்து 2015-10-05 வரை சீனாவிலும் விவசாயத் துறையில் பயிற்சிகள் பெற்றார். அவர் இரு நாடுகளிலும் பயிற்சி பெற்ற மொத்தக் காலம் எவ்வளவு?

பலவினப் பயிற்சி

1. ஒரு குறித்த தொகைப் பணத்தை ஒருவர் கடனாகப் பெற்றார். அவர் அதிலிருந்து ஒரு தொகையை 10 வருடங்களுக்கு ஒவ்வொரு மாதமும் கடனிலிருந்து விடுபடுவதற்காகச் செலுத்த வேண்டும். முதலாவது தவணைப் பணம் 01.01.2016 இலிருந்து செலுத்தத் தொடங்கினார் எனின் அவரது கடைசித் தவணைப் பணத்தை எப்போது செலுத்துவார்?

2. பாடசாலையொன்றில் இல்ல விளையாட்டுப் போட்டிக்குத் தெரிவு செய்யப்படும் வயதெல்லை பற்றிய நியதிகள் பின்வருமாறு

11 வயதின் கீழ் - 2016-03-31 இல் வயது 11 வருடத்திலும் குறைந்தோர்

13 வயதின் கீழ் - 2016-03-31 இல் வயது 13 வருடத்திலும் குறைந்தும்11 அல்லது 11 வருடத்திலும் பார்க்கக் கூடியதுமானோர்.

15 வயதின் கீழ் - 2016-03-31 இல் வயது 15 வருடத்திலும் குறைந்தும் 13 அல்லது 13 வருடத்திலும் பார்க்கக் கூடியதுமானோர்

17 வயதின் கீழ் - 2016-03-31 இல் வயது 17 வருடத்திலும் குறைந்தும் 15 அல்லது 15 வருடத்திலும் பார்க்கக் கூடியதுமானோர்

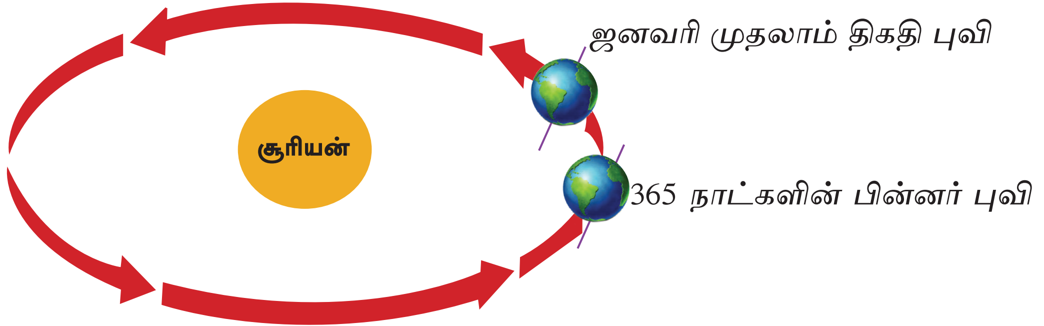
மாணவர்கள் சிலரின் பிறந்த திகதிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

பெயர்		பிறந்த திகதி
சன்துல	–	2005.12.08
ஹஸான்	–	2012.05.17
குமார்	–	2000.01.16

ஒவ்வொரு மாணவனும் எந்த வயதெல்லையின் கீழ்ப் போட்டியிடத் தகுதி பெறுகின்றனர் எனக் காண்க.

மேலதிக அறிவிற்கு

நெட்டாண்டு உருவாகுதல்



சாதாரண வருடமொன்றில் 365 நாட்கள் உள்ளதாக நாம் கருதினாலும் பூமி சூரியனைச் சுற்றி ஒரு முறை வருவதற்கு எடுக்கும் உண்மையான காலம் 365 நாள் 5 மணித்தியாலங்கள் 48 நிமிடங்கள் 46 செக்கன்கள் எனப்படும். இது சூரிய வருடம் ஆகும். இது அண்ணளவாக $365\frac{97}{400}$ நாள் ஆகும். ஆயினும் ஒரு வருடத்துக்கு 5 மணித்தியாலங்கள் 48 நிமிடங்கள் 46 செக்கன்கள் கவனத்தில் கொள்ளாது விடப்பட்டுள்ளன.

அவ்வாறு கவனத்தில் கொள்ளாத 5 மணித்தியாலங்கள் 48 நிமிடங்கள் 46 செக்கன்கள் என நான்கு தடவைகள் சேர்க்கும்போது அது அண்ணளவாக 1 நாளுக்குச் சமனாகின்றது. ஆகவே நான்கு வருடங்களுக்கு ஒரு தடவை 1 நாள் கூட்டப்படுகின்றது. இந்த 1 நாள் பெப்பிரவரி மாதத்திற்குச் சேர்க்கப்படுகின்றது. அவ்வாறே சேர்க்கப்படும் வருடம் நெட்டாண்டு என அழைக்கப்படுகின்றது.

நான்கு வருடங்களுக்கு ஒரு முறை 1 நாள் கூட்டப்படுவதால் நெட்டாண்டு ஆனது 4 ஆல் வகுபடும். இவ்வாறு சேர்க்கும்போது 400 ஆண்டுகளில் 3 மேலதிக நாட்கள் சேர்கின்றது. எனவே இதனை நீக்குவதற்காக 100 ஆண்டுகளுக்கு ஒருமுறை 1 நாள் கழிக்கப்படுகின்றது. எனவே 100 மடங்குகளுக்குரிய ஆண்டுகளில் ஒவ்வொரு நாளாக இம்மூன்று நாட்களும் கழிக்கப்படும். அதாவது அவ்வருடங்களில் பெப்பிரவரி மாதத்தில் 1 நாள் மேலதிகமாக சேர்க்கப்படுவதில்லை. இதன் காரணமாக 100 மடங்குகளாக உள்ள வருடங்கள் நெட்டாண்டாக அமைவது அவை 400 ஆல் வகுபடும் சந்தர்ப்பங்களில் மட்டுமே ஆகும்.

பொழிப்பு

- 10 ஆண்டுகள் கொண்ட காலம் தசாப்தம் எனப்படும்.
- 100 ஆண்டுகள் கொண்ட காலம் சதாப்தம் எனப்படும்.
- 1000 ஆண்டுகள் கொண்ட காலம் சகாப்தம் எனப்படும்.
- குறிப்பிட்ட ஆண்டு 100 இன் மடங்கு அல்லாதபோது அது நான்கால் வகுபடுமெனின் அது நெட்டாண்டு ஆகும். 100 இன் மடங்காகவுள்ள ஆண்டு 400 ஆல் வகுபடும்போது மட்டுமே அது நெட்டாண்டாகும்.
- கணித்தலின்போது 1 மாதம் 30 நாட்களாகவும் 1 வருடம் 12 மாதங்கள் ஆகவும் 1 வருடம் 365 நாட்கள் ஆகவும் கொள்ளப்படும்.

சிந்திக்க



(1) 2002 - 09 - 23 ஆம் திகதி மு.ப. 9.32 இற்குப் பிறந்த ஒருவர் 2015 - 06 - 05 ஆம் திகதி நள்ளிரவு 12 வரை வாழ்ந்த காலத்தை வருடம், மாதம், நாள், மணி, நிமிடம் என்பவற்றில் காண்க.

(2) பிறந்து முதல் 20591 நாட்கள் உயிர்வாழ்ந்த ஒருவர் இறக்கும்போது அவரது வயதை வருடம், மாதம், நாள் என்பவற்றில் காண்க.



சமாந்தர நேர்கோடுகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- சமாந்தர நேர்கோடுகளை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- ஒரு சோடி சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரமே அவற்றுக்கிடையிலான அதி குறைந்த தூரமென அறிந்து கொள்வதற்கும்
- நேர்விளிம்பையும் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்தி, தரப்பட்டுள்ள ஒரு சோடி நேர்கோடுகள் சமாந்தரமானவையா, இல்லையா என்பதைப் பரீட்சித்துப் பார்ப்பதற்கும்
- நேர்விளிம்பையும் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்தி வெவ்வேறு சமாந்தரக் கோடுகளை வரைவதற்கும்
- நேர்விளிம்பையும் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்தி சமாந்தர நேர்கோட்டுத் தள உருவங்களை வரைவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

7.1 நேர்கோட்டுத் துண்டம்

செயற்பாடு 1

படி 1 - நேர் விளிம்பொன்றை உபயோகித்து நேர்கோடொன்றை வரைக. இந்த நேர்கோட்டை l எனப் பெயரிடவும்.

l

படி 2 - நேர்கோடு l இன் மீது உருவிலுள்ளவாறு A, B ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.

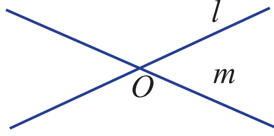


நேர்கோட்டின் பகுதி AB ஆனது, **நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB** என அழைக்கப்படும். நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB இன் A, B ஆகிய புள்ளிகள் அந்நேர்கோட்டுத் துண்டத்தின் **முனைகள்** எனப்படும்.

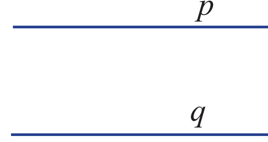
நேர்கோட்டுத் துண்டங்களைக் குறிக்க ஆங்கில பெரிய எழுத்துகள் பயன்படுத்துவது நியம முறை ஆகும்.

7.2 சமாந்தர நேர்கோடுகள்

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒரு தளத்தில் வரையப்பட்டுள்ள இரண்டு சோடி நேர்கோடுகளையும் வெவ்வேறாக அவதானிக்கவும்.



l, m ஆகிய நேர்கோடுகள் இரண்டும் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன.



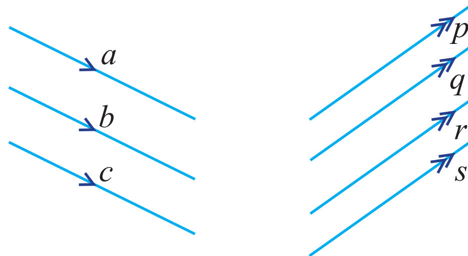
p, q ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதில்லை

ஒன்றையொன்று இடைவெட்டாத இரண்டு நேர்கோடுகளை **சமாந்தரக் கோடுகள்** என்போம்.

இதற்கேற்ப, p, q ஆகிய இரண்டு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமாவதுடன் l, m ஆகிய இரண்டு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரக் கோடுகள் அல்ல.

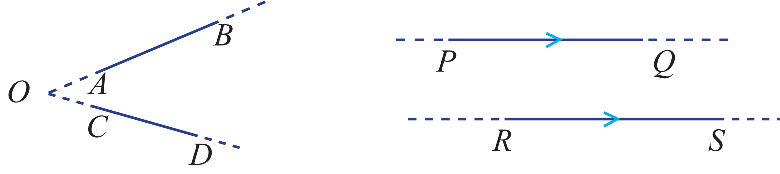
நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டாதபோது அவை ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை எனப்படும்.

நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை என்பதைக் காட்ட உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கோட்டின் மீது அம்புக்குறிகளை ஒரே திசையில் இடவேண்டும்.



இதன்படி, மேலுயுள்ள a, b, c நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாவதுடன் p, q, r, s கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாகின்றன.

பின்வரும் ஒவ்வொரு நேர்கோட்டுத் துண்டச் சோடியும் சமாந்தரமானவையா என அவதானிப்போம்.



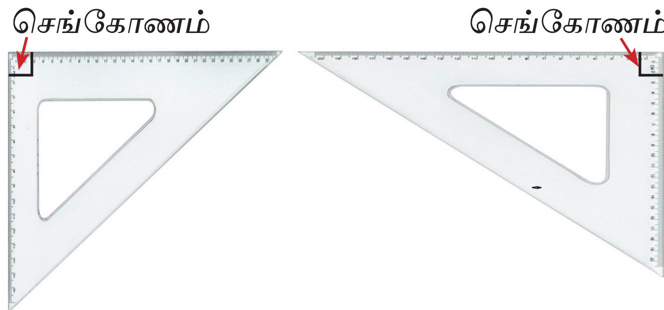
AB, CD ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் இரண்டும் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதுடன் PQ, RS ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் இரண்டும் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதில்லை. இதற்கேற்ப, PQ, RS என்பன சமாந்தர நேர்கோட்டுத் துண்டங்களாவதுடன் AB, CD என்பன சமாந்தரமான நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் அல்ல.

PQ, RS நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் சமாந்தரமெனக் காட்ட "$PQ \parallel RS$" என எழுதப்படும்.

7.3 செங்குத்துத் தூரம்

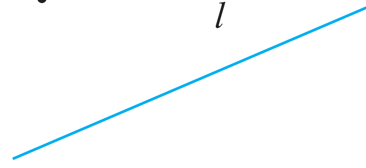
- **புள்ளியொன்றில் இருந்து நேர்கோடோன்றுக்கு உள்ள செங்குத்துத் தூரம்**

உருவில் மூலைமட்டங்கள் இரண்டு காட்டப்பட்டுள்ளன. மூலை மட்டத்தை உபயோகித்து புள்ளியொன்றிலிருந்து நேர்கோட்டுக்குள்ள செங்குத்துத் தூரத்தைக் காணும் விதத்தை நோக்குவோம்.

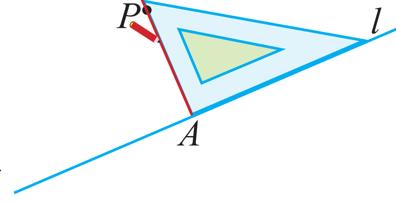


செயற்பாடு 2

படி 1 - ஒரு நேர்கோட்டை வரைந்து அதனை l எனப் பெயரிட்டு l இன் மீது அமையாத புள்ளி P ஐக் குறிக்க.

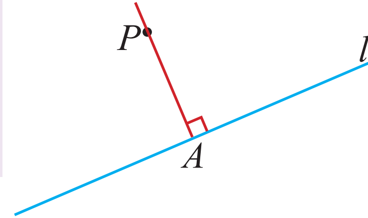


படி 2 - உருவிலுள்ளவாறு மூலைமட்டத்தின் செங்கோணத்தை அமைக்கும் ஒரு நேர் விளிம்பைக் கோடு l இன் மீது பொருந்துமாறும் மற்றைய விளிம்பை புள்ளி P இனூடாகச் செல்லுமாறும் மூலைமட்டத்தை வைக்கவும்.



படி 3 - அது கோடு l ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியை A எனக் குறித்து AP ஐ இணைக்க.

A இல் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணம் ஒரு செங்கோணமாகும். AP நேர்கோட்டுத் துண்டம் கோடு l இற்குச் செங்குத்தானது எனப்படும்.

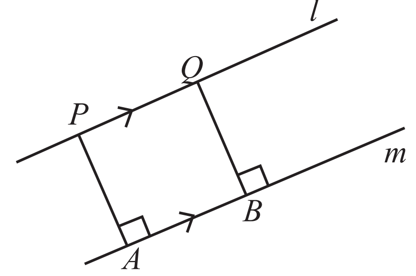


படி 4 - புள்ளி P இற்கு மிக அருகில் கோடு l இன் மீதுள்ள புள்ளி A என்பதை அவதானிக்க. AP இன் நீளத்தை அளந்து உருவின் அருகே எழுதுக.

நேர்கோட்டுத் துண்டம் AP ஆனது புள்ளி P இல் இருந்து நேர்கோடு l இற்கு உள்ள **செங்குத்துத் தூரம்** எனப்படும். AP இன் நீளமானது புள்ளி P இலிருந்து l இற்குள்ள **மிகக் குறுகிய** தூரமாகும்.

இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கிடையில் உள்ள செங்குத்துத் தூரம்

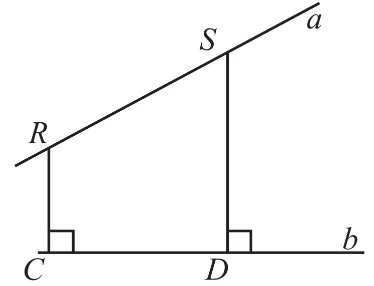
கோடு l மீது அமைந்த P, Q என்னும் புள்ளிகளில் இருந்து முறையே கோடு m இற்கான செங்குத்துத் தூரங்கள் சமானாகின்றன. அதாவது $PA=QB$ ஆகையால் நேர்கோடுகள் l, m சமாந்தரமானவை.



ஆகவே கோடுகள் l உம் m உம் சமாந்தர நேர்கோடுகள் ஆகின்றன.

ஆனால் கோடு a மீது அமைந்த R, S புள்ளிகளிலிருந்து கோடு b இற்குள்ள செங்குத்துத் தூரங்கள் சமனல்ல.

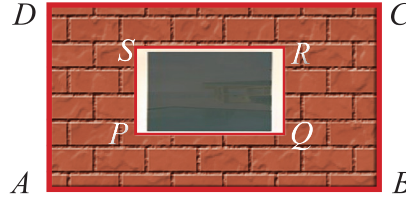
எனவே $RC \neq SD$ ஆகையால் கோடுகள் a, b என்பவை சமாந்தரமல்ல.



ஆகவே கோடுகள் a உம் b உம் சமாந்தரக் கோடுகள் அல்ல.

- இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளில் ஒரு கோட்டில் அமைந்த ஒரு புள்ளியில் இருந்து மறுகோட்டிற்குள்ள தூரம் மாறாதிருக்கும். இம்மாறாத் தூரம் இரு நேர்கோடுகளுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் எனப்படும். இச்செங்குத்துத் தூரம் இரு சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட இடைத்தூரம் எனப்படும்.
- ஒரே தளத்தில் மாறாத் தூரத்தில் அமையும் நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.

ஓர் அறையிலுள்ள ஒரு சுவரையும் அச்சுவரிலுள்ள ஒரு யன்னலையும் குறிக்கும் ஓர் உருவம் இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. சுவர் செவ்வக வடிவிலானது என்பதால் அதன் ஒன்றுக்கொன்று எதிரான விளிம்புகள் சமாந்தரமானவை ஆகும்.



- அதாவது AB, DC ஆகிய நேர்கோடுகளினால் குறிக்கப்படும் கிடை விளிம்புகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.
- இவ்வாறே AD, BC ஆகிய நேர்கோடுகளினால் குறிக்கப்படும் நிலைக்குத்து விளிம்புகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.
- இவ்வாறே யன்னலின் கிடை விளிம்புகளைக் குறிக்கும் PQ, SR ஆகிய கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.
- யன்னலில் PS, QR ஆகியவற்றின் மூலம் நிலைக்குத்து விளிம்புகள் காட்டப்படுகின்றன. அவை ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.

சூழலில் சமாந்தர விளிம்புகள் காணப்படும் சில இடங்களைப் பார்ப்போம்.



- ஓர் ஏணியின் குறுக்குத் தடிகள்
- ஒரு கூரையின் மீதுள்ள சலாகைகள்
- 100 மீற்றர் ஓட்டப் பாதையில் இருபக்கமும் உள்ள அடையாளக் கோடுகள்
- நீச்சற் தடாகத்தில் ஓட்டப் பாதையின் விளிம்புகள்

இவைகள் சமாந்தரக் கோடுகளுக்கான சில உதாரணங்களாகும்.

7.1 பயிற்சி

1. வகுப்பறையில் காணப்படும் சமாந்தர விளிம்புகளுடனான இரண்டு பொருள்களின் பெயர்களை எழுதுக.

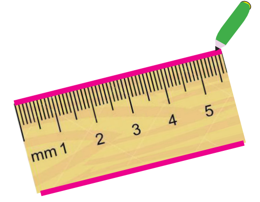
2. அன்றாட வாழ்வில் நீங்கள் கையாளும் பொருள்களில் சமாந்தர விளிம்புகளுடனான இரண்டு பொருள்களின் பெயர்களை எழுதுக.

3. ஒரு வீட்டின் அமைப்பில் காணக்கூடிய சமாந்தர விளிம்புகளுடனான இரண்டு சந்தர்ப்பங்களை எழுதுக.

4. சமாந்தர நேர்கோடுகள் அமையுமாறு செய்யப்படும் சில செயல்களை, சில ஒழுங்குபடுத்தல்களை விபரிக்க.

7.4 மூலைமட்டத்தையும் நேர் விளிம்மையும் உபயோகித்து சமாந்தரக் கோடுகளை வரைதல்

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வரைகோலொன்றை உமது அப்பியாசப் புத்தகத்தின் ஒரு தாளில் வைத்து அதன் இரு விளிம்புகளையும் பயன்படுத்தி இரண்டு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக. இப்போது உங்களுக்குக் கிடைத்திருப்பது இரண்டு சமாந்தரக் கோடுகள் ஆகும்.



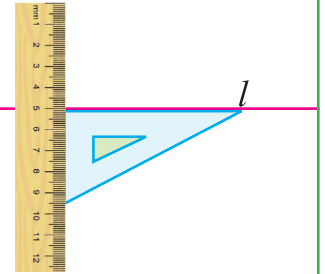
- **தரப்பட்ட நேர்கோட்டிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டை நேர் விளிம்பையும் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்தி வரைதல்**

செயற்பாடு 3

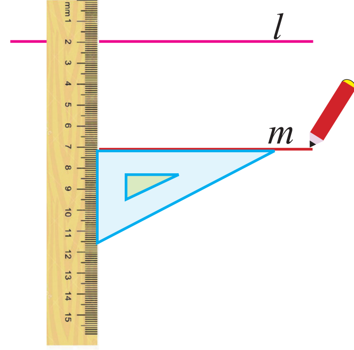
படி 1 - நேர் விளிம்பைப் பயன்படுத்தி அப்பியாசப் புத்தகத்தில் நேர்கோடொன்றை வரைந்து அதனை l எனப் பெயரிடுக.

l

படி 2 - மூலைமட்டத்தின் செங்கோண மூலையின் ஒரு நேர் விளிம்பை நேர்கோடு l உடன் பொருந்துமாறு மூலைமட்டத்தை வைக்க. செங்கோண மூலையின் மற்றைய விளிம்புடன் பொருந்துமாறு ஒரு நேர் விளிம்பை வையுங்கள்.



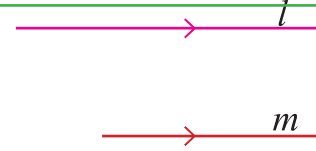
படி 3 - நேர் விளிம்பை அசையாது வைத்துக் கொண்டு நேர் விளிம்பின் வழியே மூலைமட்டத்தை நகர்த்துக.



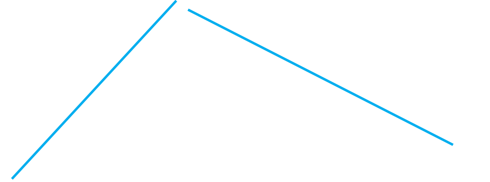
படி 4 - மூலைமட்டத்தை நகர்த்துவதை நிறுத்துக. நேர் விளிம்பின் வழியே மூலைமட்டத்தின் செங்கோண மூலையின் பொருந்தியிராத விளிம்பின் வழியே நேர்கோட்டை வரைக.

படி 5 - அந்நேர்கோட்டை m எனப் பெயரிடுவோம்.

இப்போது நேர்கோடு l இற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோடு m கிடைத்துள்ளது. அதாவது நேர்கோடு l ஆனது m இற்குச் சமாந்தரமாகும்.



உருவிலுள்ள நேர்கோடுளைப் பிரதி செய்து ஒவ்வொரு நேர்கோட்டுக்கும் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோடு வீதம் வரைக.

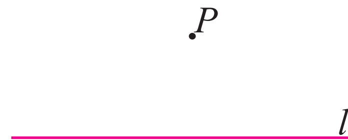


ஒரு தளத்தின் மீதுள்ள நேர்கோடொன்றுக்கு அதே தளத்தின் மீதுள்ள வேறொரு புள்ளியின் ஊடாக ஒரே ஒரு சமாந்தரக் கோடு மட்டுமே வரையலாம்.

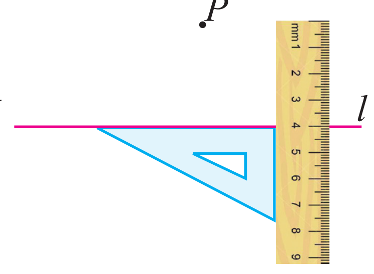
- **மூலைவிட்டத்தையும் நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி ஒரு நேர்கோட்டுக்கு அக்கோட்டில் அமையாத புள்ளியொன்றின் ஊடாகச் சமாந்தர நேர்கோடொன்றை அமைத்தல்**

செயற்பாடு 4

படி 1 - உருவிலுள்ளவாறு l என்னும் நேர் கோட்டை வரைக. அதற்குச் சற்று மேலே யாதாயினுமொரு புள்ளி P ஐக் குறிக்க.



படி 2 - கோடு l மீது மூலைமட்டத்தின் ஒரு விளிம்பைப் பொருந்துமாறு வைக்க. செங்கோண மூலையின் மறு விளிம்புடன் பொருந்துமாறு நேர் விளிம்மை வையுங் கள்.



படி 3 - நேர்விளிம்பை அசைக்காமல் வைத்து P ஐ நோக்கி மூலைமட்டத்தை நேர் விளிம்பின் வழியே நகர்த்துக.

படி 4 - மூலைமட்டம் P ஐ அடைந்ததும் அதனூடாக நேர்கோட்டை வரைக.

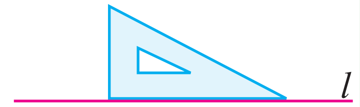
இப்போது புள்ளி P இன் ஊடாகச் செல்லும் கோடு l க்குச் சமாந்தரமான கோடாகும்.

- **மூலைமட்டத்தையும் நேர்விளிம்பையும் உபயோகித்து கோடொன்றுக்கு குறிப்பிட்ட தூரத்தில் அக்கோட்டுக்கு சமாந்தரமான நேர்கோடொன்று வரைதல்**

நேர்கோடு l இலிருந்து 2.5 cm தூரத்திலுள்ள புள்ளியினூடாகச் சமாந்தரக் கோடு வரைதல்

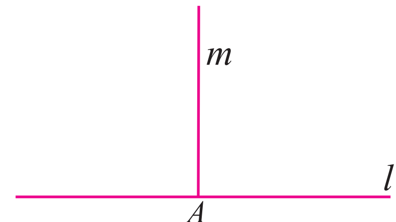
செயற்பாடு 5

படி 1 - நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்றை வரைந்து அதற்கு l எனப் பெயரிடுக.



படி 2 - மூலைமட்டத்தின் செங்கோண மூலையின் ஒரு விளிம்பை நேர் கோடு l உடன் பொருந்துமாறு வைக்க.

படி 3 - செங்கோண மூலையின் மறு விளிம்பின் வழியே நேர் கோடொன்றை வரைக. அக் கோட்டை m எனப் பெயரிடுக.

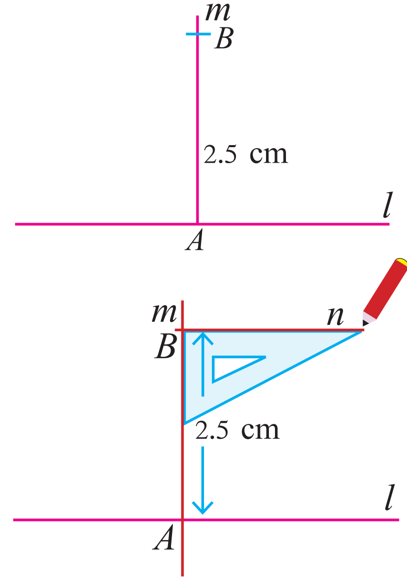


படி 4 - நேர்கோடு m ஆனது நேர்கோடு l ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியை A எனப் பெயரிடுக.

படி 5 புள்ளி A இலிருந்து நேர்கோடு m இன் மீது 2.5 cm தூரத்திலுள்ள புள்ளி B ஐக் குறிக்க.

படி 6 - மூலைமட்டத்தின் செங்கோணம் B உடனும் செங்கோண மூலையின் ஒரு விளிம்புக் கோடு m உடனும் பொருந்துமாறு மூலைமட்டத்தை வைக்க.

செங்கோண மூலையின் மறு விளிம்பின் வழியே கோடு n ஐ வரைக.



இப்போது கோடு l க்கு 2.5 cm தூரத்தில் சமாந்தரக் கோடொன்றைப் பெற்றுள்ளீர்கள்.

படி 7 - இதே விதத்தில் கோடு l க்கு மற்றைய பக்கத்தில் 2.5 cm தூரத்தில் அமைந்த ஒரு புள்ளியில் கோடு l க்குச் சமாந்தரமான கோட்டை வரையுங்கள்.

7.2 பயிற்சி

1. (i) 6 cm நீளமுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக.

(ii) அந்த நேர்கோட்டுத் துண்டத்தின் மீது அமையாத P என்னும் ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.

(iii) P யினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB இற்குச் சமாந்தரமாக நேர்கோட்டை வரைக.

(iv) நேர்கோடுகளுக்கிடையிலான செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்க.

2. (i) ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக. அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

(ii) அந்நேர்கோட்டுத் துண்டம் PQ யிலிருந்து கீழே 4.8 cm செங்குத்துத் தூரத்தில் புள்ளி A ஐக் குறிக்க.

(iii) புள்ளி A இனூடாக கோடு PQ இற்குச் சமாந்தரக் கோடொன்றை வரைக.

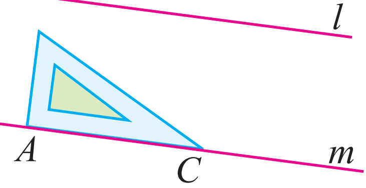
7.5 இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தரமானவையா எனப் பரிசோதித்தல்

ஒரு தளத்தில் அமைந்த இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தரமானவையா என அறிய, ஒரு கோட்டில் அமைந்த இரு புள்ளிகளில் இருந்து மறு கோட்டுக்கு உள்ள செங்குத்துத் தூரங்கள் சமனானவையா எனக் காண வேண்டும்.

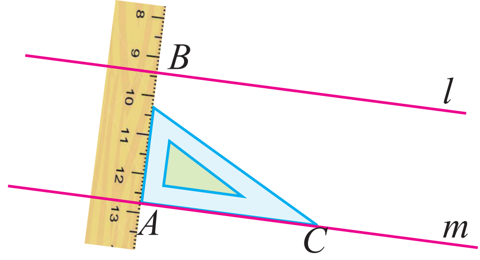
l, m இரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமானவையா என ஆராய்வோம்.

செயற்பாடு 6

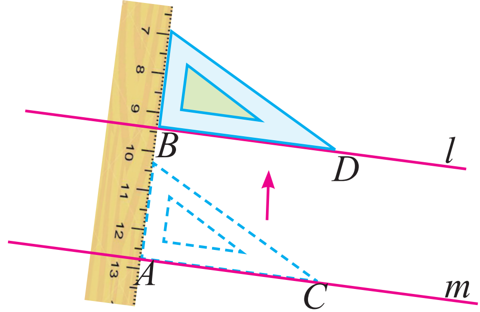
படி 1 - நேர்கோடு m ஆனது உருவில் உள்ளவாறு மூலைமட்டத்தின் செங்கோண மூலையின் ஒரு விளிம்புடன் பொருந்துமாறு மூலைமட்டத்தைக் வைக்க.



படி 2 - மூலைமட்டத்தின் செங்கோண மூலையின் ஒரு விளிம்புடன் பொருந்துமாறு நேர்விளிம் பொன்றை வைக்க. நேர் விளிம்பும் l உம் தொடும் புள்ளியை B எனக் குறிக்க.



படி 3 - நேர்விளிம்பை அசையாது வைத்துக் கொண்டு நேர் விளிம்பின் வழியே மூலை மட்டத்தை அதன் செங்கோண மூலையானது B உடன் பொருந்துமாறு அசைக்க.



படி 4 - ஆரம்பத்தில் கோடு m உடன் பொருந்தியிருந்த மூலைமட்டத்தின் விளிம்பு தற்போது கோடு l உடன் பொருந்துகின்றது.

நேர்கோடும் மூலைமட்டத்தின் விளிம்பும் பொருந்துகின்றதாயின் கோடு l மீது அமைந்த புள்ளிகள் B, D என்பவற்றிலிருந்து m க்குள்ள செங்குத்துத் தூரங்கள் சமாந்தரமாகும். ஆகவே கோடுகள் l உம் m உம் சமாந்தரமானவையாகும். பொருந்தாவிடின் கோடுகள் l, m என்பன சமாந்தரமாகாது.

7.6 மூலைமட்டத்தையும் நேர்விளிம்பையும் உபயோகித்து நேர் கோட்டுத் தளவுருக்களை வரைதல்

செயற்பாடு 7

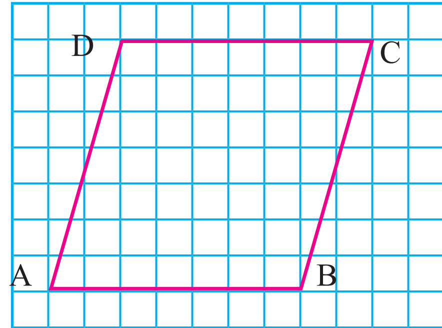
படி 1 - நீளப்பக்கமாக 6 கட்டங்களும் அகலப் பக்கமாக 4 கட்டங்களும் உள்ள செவ்வகம் ஒன்றைச் சதுரக் கோட்டு அப்பியாசப் புத்தகத் தில் வரைக.

படி 2 - அதன் நீளப் பக்கத்தில் இடைவெளி மாறுவதில்லை என்பதைக் கட்டங்களை எண்ணுவதன் மூலம் அறிந்து கொள்க. நீளப் பக்கத்தின் இடைவெளியை வரைகோலினால் அளப்பதன் மூலமும் அது மாறாப் பெறுமானம் என்பதை உறுதிப்படுத்திக் கொள்க.

- இடைவெளியானது ஒரு மாறாப் பெறுமானத்தை எடுக்குமாயின் செவ்வகத்தின் நீளப் பக்கங்களை வகைகுறிக்கும் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை ஆகும்.
- இவ்வாறே, செவ்வகத்தின் அகலப் பக்கதைக் (குறுகிய பக்கத்தை) குறிப்பதற்காக வரைந்த கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரம் ஆகும்.

செயற்பாடு 8

படி 1 - ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் நீளம் 7 கட்டங்களைக் கொண்ட AB, DC ஆகிய கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக.



படி 2 - AD, BC ஆகிய கோடுகளை வரைந்து உருவம் $ABCD$ ஐப் பூரணப்படுத்துக.

படி 3 - மூலை மட்டத்தையும் நேர் விளிம்பையும் பயன்படுத்தி AD, BC ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டகள் சமாந்தரமானவை எனக் காட்டி அவற்றுக்கிடையிலான இடைத் தூரத்தைக் காண்க.

செயற்பாடு 9

படி 1 - ஒரு நேர்கோட்டை வரைந்து அதன்மீது $AB = 6$ cm ஆகுமாறு A, B ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க.

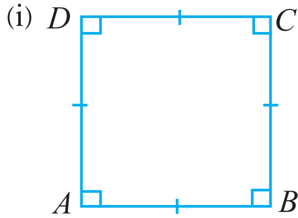
படி 2 - ஒரு மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி அக்கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக A இனூடாகவும் B இனூடாகவும் நேர்கோடுகள் இரண்டை வரைக.

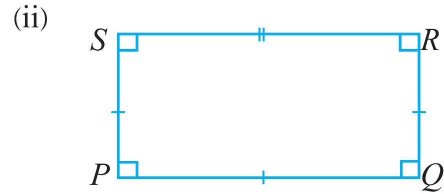
படி 3 - $AD = 6$ cm, $BC = 6$ cm ஆகுமாறு புள்ளிகள் D, C ஐக் குறிக்க.

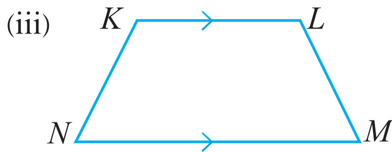
படி 4 - உருவம் $ABCD$ ஐ நேர்விளிம்பைப் பயன்படுத்தி பூரணப்படுத்துக. $ABCD$ எவ்வகை நாற்பக்கல் ஆகும்?

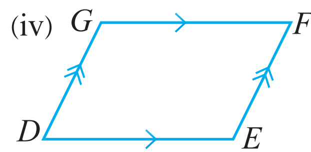
7.3 பயிற்சி

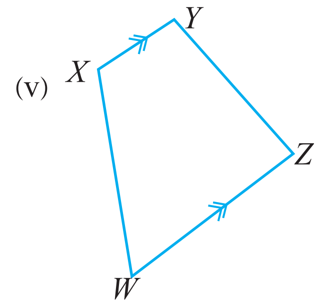
1. ஒரு சதுரக் கோட்டு அப்பியாசப் புத்தகத்தில் கட்டங்களை எண்ணியும் நேர் விளிம்பைப் பயன்படுத்தியும் கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தளவுருவையும் வரைக.

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)


2. அவ்வொவ்வொரு உருவிலும் எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாகுமா? இல்லையா? என்பதை எழுதுக.

3. நேர்விளிம்பையும் மூலைமட்டத்தையும் பயன்படுத்திக் கீழே தரப்பட்டுள்ள வெவ்வேறு வடிவங்களிலான உருவங்களை வரைக.

(i) 5 cm பக்கமுள்ள ஒரு சதுரம்.

(ii) 8 cm நீளமும் 5 cm அகலமும் உடைய ஒரு செவ்வகம்.

4. (i) $AB = 6$ cm ஆகுமாறு நேர்கோடு AB ஐ வரைக.

(ii) $A\hat{B}C$ விரிகோணமாகுமாறு BC ஐ வரைக.

(iii) புள்ளி C இல் இருந்து AB க்கு சமாந்தரமாக, புள்ளி A அமைந்த திசையில் நேர்க்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக.

(iv) $CD = 6$ cm ஆகுமாறு புள்ளி D ஐக் குறித்து, AD ஐ இணைத்து இணைகரம் $ABCD$ யைப் பெறுக.

5. யாதாயினுமொரு முக்கோணி ABC ஐ வரைக. அதன் ஒவ்வோர் உச்சியினூடாகவும் எதிர்ப் பக்கங்களுக்குச் சமாந்தரக் கோடுகளை வரைக.

பொழிப்பு

- ஒன்றுக்கொன்று இடைவெட்டாத இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தர நேர்கோடுகள் எனப்படுகின்றன.
- ஒரே தளத்தில் மாறாத் தூரத்தில் அமைந்த இரு நேர்கோடுகள் சமாந்தரமானவை ஆகும்.
- இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளுக்கிடையேயான மிகக் குறுகிய தூரம் செங்குத்துத் தூரம் ஆகும்.



திசை கொண்ட எண்கள்

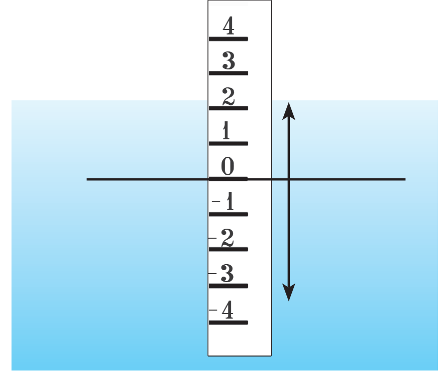
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- திசைகொண்ட எண்கள் யாவை என அறிந்து கொள்ளவும்
- எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி நிறைவெண்களைக் கூட்டவும்
- எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தாது திசைகொண்ட எண்களைக் கூட்டவும்

தேவையான ஆற்றல்களை பெறுவீர்கள்.

8.1 திசை கொண்ட எண்களை அறிந்து கொள்ளல்

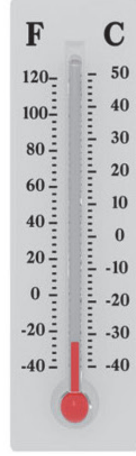
ஒரு குளத்தின் மதகின் அருகே நீரின் மட்டத்தை அளக்கும் ஓர் அளவு காட்டியின் உருவம் இங்கே தரப்பட்டுள்ளது. அளவு காட்டியில் குளத்தின் சதாரண நீரின் மட்டம் "0" (பூச்சியம்) எனக் குறிக்கப் பட்டு அம்மட்டத்தின் அதாவது எல்லையின் மேல் நோக்கியும் கீழ் நோக்கியும் சமமான இடைவெளிகள் இருக்குமாறு அளவிடப்பட்டுள்ளன.



இதன் மூலம் நீர் மட்டம் பூச்சியத்திலிருந்து (சதாரண மட்டத்திலிருந்து) கூடியுள்ளதா, குறைந்துள்ளதா என்பதனை அவதானிக்கலாம்.

இங்கே எதிர்த் திசைகளில் அளவுத்திட்டம் இடப்பட்டிருப்பதால் நீர் மட்டம் பற்றிய சரியான விளக்கத்தைப் பெறலாம்.

இவ்வாறே, சூழலின் வெப்பநிலையை அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வெப்பமானிகளில் 0^o C உம் இதிலும் குறைந்த வெப்பநிலையைக் காட்டுவதற்கும் கூடிய வெப்பநிலையைக் காட்டுவதற்கும் அளவீடுகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இங்கும் 0^o C இலிருந்து இரண்டு திசைகளிலும் அளக்கப்படும். அதாவது 0^oC இனால் காட்டப்படும் வெப்பநிலையிலும் கூடிய வெப்பநிலையைக் காட்டுவதற்கு நேர் திசை ஊடாக 10, 20, 30, ... எனவும் 0^o C வெப்பநிலையிலும் குறைந்த வெப்பநிலையைக் காட்டுவதற்கு மறை திசை ஊடாக -10, -20, -30, ... என்றவாறும் எண்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.



கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்கோட்டை அவதானிப்போம்.



எண் கோட்டில் பூச்சியம் குறிக்கப்பட்டுள்ள இடத்தில் வலப் பக்கத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள நேர் முழுவெண்கள் நேர் நிறைவெண்களும் இடப் புறத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள மறை முழுவெண்கள் மறை நிறைவெண்களும் ஆகும்.

$\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ என்னும் தொடை நிறைவெண்களின் தொடையாகும்.

0 (பூச்சியம்) எனக் குறிக்கப்பட்ட ஒரு புள்ளியில் இருந்து சமனான இடைவெளிகளுடன் ஒரு திசையில் நேர் நிறைவெண்களும் அதற்கு எதிர் திசையில் மறை நிறைவெண்களும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

இவ்வாறு பெறுமானத்துடன் திசையையும் குறிக்கும் விதத்தில் நேர் அல்லது மறை எண் குறியீட்டுடன் எழுதப்படும் சகல எண்களும் **திசைகொண்ட எண்கள்** எனப்படும்.

இதன்படி $+4$, $+\frac{3}{4}$, $+5.7$, -10, $-\frac{1}{2}$, -3.2, $-1\frac{1}{3}$ என்பன திசைகொண்ட எண்கள் எனப்படும். $+4$ என்பது "நேர் நான்கு" என வாசிக்கப்படும். $-\frac{1}{2}$ என்பது "மறை இரண்டில் ஒன்று" என வாசிக்கப்படும்.

குறிப்பு

ஒரு எண்ணின் முன்னே குறியீடு எழுதப்படாவிடின் அது நேர் எண்ணாகக் கருதப்படும்.

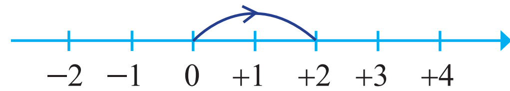
8.2 எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி நிறைவெண்களாகவுள்ள திசை கொண்ட எண்களைக் கூட்டல்

எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி நேர் நிறைவெண்களாகவுள்ள திசை கொண்ட எண்களின் கூட்டலைப் பார்ப்போம்.

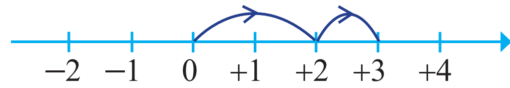
- **இரண்டு நிறைவெண்களின் கூட்டல்**

(+2) + (+1) இன் பெறுமானத்தை எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

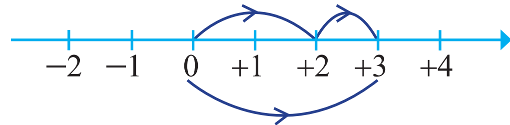
முதலில் பூச்சியத்தில் தொடங்கி வலப் பக்கமாக 2 அலகுகள் செல்லவும்.



அடுத்து அதிலிருந்து 1 அலகு வலப் பக்கமாகச் செல்லவும்.



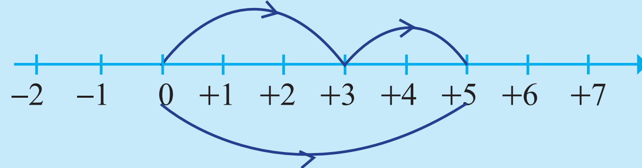
பூச்சியத்திலிருந்து இறுதி நிலையைக் காட்டும் திசைகொண்ட எண் விடையைக் குறிக்கும்.



(+2) + (+1) = (+3)

உதாரணம் 1

(+3) + (+2), இன் பெறுமானத்தை ஓர் எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.



(+3) + (+2) = (+5)

பயிற்சி 8.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் எண் சோடியையும் எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக.

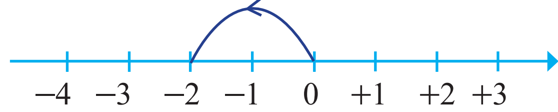
(i) $(+2)+(+3)$ (ii) $(+3)+(+3)$ (iii) $(+4)+(+1)$ (iv) $(+5)+(+3)$

- **இரண்டு மறைநிறைவெண்களின் கூட்டல்**

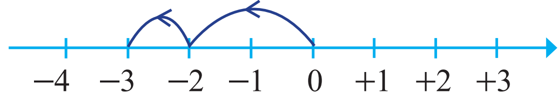
எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி மறைவெண்களாகவுள்ள இரண்டு திசை கொண்ட எண்களின் கூட்டலைக் காண்போம்.

$(-2)+(-1)$ இன் பெறுமானத்தை எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்

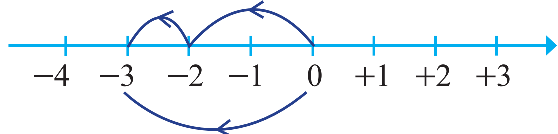
முதலில் பூச்சியத்தில் தொடங்கி, கோட்டின் வழியே இடப் பக்கமாக 2 அலகுகள் செல்லவும்.



அடுத்து அங்கிருந்து 1 அலகு மேலும் இடப் பக்கமாகச் செல்லவும்



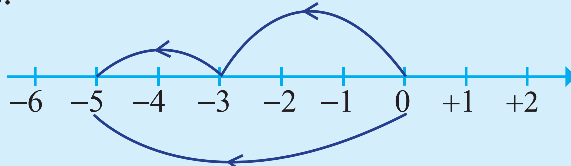
பூச்சியத்தில் இருந்து இறுதி நிலையைக் காட்டும் திசை கொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.



$(-2)+(-1)=(-3)$

உதாரணம் 1

$(-3)+(-2)$ இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.



இறுதி நிலை பூச்சியத்திலிருந்து இடப்பக்கமாக 5 அலகுகள் ஆகும்.

$(-3)+(-2)=(-5)$

பயிற்சி 8.2

1. எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக.

(i) $(-4)+(-1)$ (ii) $(-2)+(-2)$ (iii) $(-2)+(-3)$

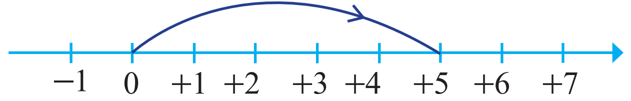
(iv) $(-1)+(-3)$ (v) $(-3)+(-3)$ (vi) $(-4)+(-2)$

● ஒரு நேர் நிறைவெண்ணினதும் ஒரு மறை நிறைவெண்ணினதும் கூட்டல்

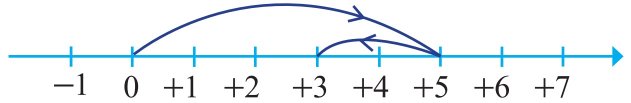
ஒரு நேர் நிறைவெண்ணினதும் ஒரு மறை நிறைவெண்ணினதும் கூட்டலை விளங்கிக் கொள்வோம்.

$(+5)+(-2)$ இன் பெறுமானத்தை எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

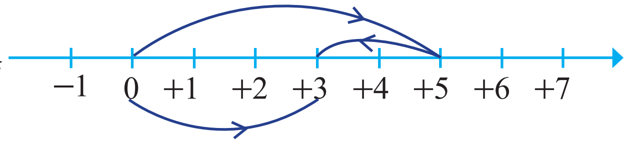
முதலில் பூச்சியத்தில் தொடங்கி வலப் பக்கமாக 5 அலகுகள் செல்லவும்.



அடுத்து அங்கிருந்து 2 அலகுகள் இடப் பக்கமாகச் செல்லவும்.



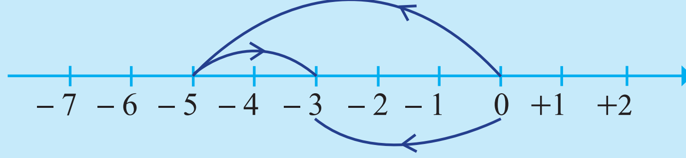
பூச்சியத்திலிருந்து இறுதி நிலை காட்டும் திசை கொண்ட எண் விடையாகப் பெறப்படும்.



$(+5)+(-2)=(+3)$

உதாரணம் 1

(–5) + (+2) இன் பெறுமானத்தை ஓர் எண் கோட்டைப் பயன்படுத்திக் காண்க.



$(-5) + (+2) = (-3)$

இறுதிநிலை 0 இதிலிருந்து 3 அலகுகள் இடப் பக்கமாக அமைந்துள்ளதால் அதற்குரிய விடை (–3) ஆகும்.

பயிற்சி 8.3

1. எண்கோட்டைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக.

(i) $(+3) + (-1)$	(ii) $(-4) + (+6)$	(iii) $(-7) + (+2)$
(iv) $(+2) + (-5)$	(v) $(+1) + (-1)$	(vi) $(-3) + (+3)$

8.3 எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தாது நிறைவெண்களைக் கூட்டல்

- **இரண்டு நிறைவெண்களின் கூட்டலைக் காணல்**

இதற்கு முன்னைய பகுதியில் கற்ற, இரண்டு நேர்நிறைவெண்களைக் கூட்டல் தொடர்பான உதாரணங்களை ஆராய்வோம்.

$(+2) + (+1) = (+3)$ எனவும்
$(+3) + (+2) = (+5)$ எனவும்
எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி விடையைப் பெற்றோம்.

$(+2) + (+1) = (+3)$	$(+3) + (+2) = (+5)$
$2 + 1 = 3$	$3 + 2 = 5$

இரண்டு நேர் நிறைவெண்களைக் கூட்டும்போது, அவ்வெண்களைக் கூட்டுக. பெறப்படும் விடைக்கு நேர்க் குறியீட்டை இடுக.



இதற்கு முன்னர் கற்ற இரு மறை எண்களைக் கூட்டல் தொடர்பான உதாரணங்களை ஆராய்வோம்.

$(-2) + (-1) = (-3)$ எனவும்
$(-3) + (-2) = (-5)$ எனவும்
எண் கோட்டின் மூலம் பெற்றோம்.

$(-2) + (-1) = (-3)$ என்பதை அவதானிப்போம்.

- மறை எண்களின் குறியீட்டைக் கருதாது அவற்றின் கூட்டுத்தொகையைப் பெறுக. $2 + 1 = 3$
- கிடைக்கும் விடைக்கு மறைக் குறியீட்டை இடுக. எனவே விடை -3 ஆகும்.

இரு மறை நிறைவெண்களைக் கூட்டும்போது மறைக் குறியீட்டைக் கவனத்தில் கொள்ளாது இரண்டு எண்களையும் கூட்டிப் பெறப்படும் விடைக்கு மறைக் குறியீட்டை இடுக.

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(i) $(+4) + (+6)$ (ii) $(+11) + (+3)$ (iii) $(-5) + (-2)$ (iv) $(-4) + (-1)$

(i) $(+4) + (+6) = (+10)$ (ii) $(+11) + (+3) = (+14)$

(iii) $(-5) + (-2) = (-7)$ (iv) $(-4) + (-1) = (-5)$

பயிற்சி 8.4

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $(+3) + (+8)$ (ii) $(-7) + (-3)$ (iii) $(+12) + (+4)$
(iv) $(-9) + (-16)$ (v) $(-20) + (-13)$ (vi) $(+17) + (+13)$
(vii) $(-11) + (-29)$ (viii) $(+8) + (+8)$ (ix) $(-3) + (-10)$

- **ஒரு நேர் நிறைவெண்ணினதும் ஒரு மறை நிறைவெண்ணினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காணல்**

$(+5) + (-2) = (+3)$ எனவும்
$(-5) + (+2) = (-3)$ எனவும்
இதற்கு முன்னர் எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி விடையைப் பெற்றோம்.

$(-8) + (+5)$ என்பதைக் கருதுவோம்.

- திசை கொண்ட எண்கள் இரண்டினதும் குறியீட்டைக் கவனியாது அவற்றின் வித்தியாசத்தைப் பெறுக. $8 - 5 = 3$
- -8, 5 ஆகிய எண்களில் எண் கோட்டில் பூச்சியத்திலிருந்து மிக தூரத்தில் அமைந்த எண் -8 ஆகும். அதன் குறியீடு மறையாகும்.
- எனவே விடை -3 ஆகும்.
  $(-8) + (+5) = (-3)$

வேறுபட்ட குறியீடுகளைக் கொண்ட (நேர், மறை) திசைகொண்ட எண்கள் இரண்டைக் கூட்டும்போது குறியீட்டைக் கவனிக்காது அவற்றின் வித்தியாசத்தைப் பெற்று, எண்கோட்டின் 0 இல் இருந்து அதிக தூரத்தில் இருக்கும் திசை கொண்ட எண்ணின் குறியீடு விடைக்கு இட வேண்டும்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $(+8) + (-3)$
$8 - 3 = 5$
$(+8)$, (-3) ஆகிய திசைகொண்ட எண்களில் பூச்சியத்திலிருந்து அதிக அலகு தூரத்தில் காணப்படும் எண் $+8$ ஆகும். ஆகவே விடைக்கு அதன் குறியீடான $(+)$ இடப்படும்.
$(+8) + (-3) = (+5)$

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $(+4) + (-10)$

$10 - 4 = 6$
$(+4)$, (-10) ஆகிய திசைகொண்ட எண்களில் பூச்சியத்திலிருந்து அதிக அலகு தூரத்தில் காணப்படும் எண் (-10) ஆகும். ஆகவே விடைக்கு அதன் குறியீடான $(-)$ இடப்படும்.
$(+4) + (-10) = (-6)$

பயிற்சி 8.5

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $(+7) + (-2)$	(ii) $(-10) + (+4)$	(iii) $(-3) + (+6)$
(iv) $(-5) + (+9)$	(v) $(-11) + (+4)$	(vi) $(-4) + 0$
(vii) $(+9) + (-8)$	(viii) $(+7) + (-15)$	(ix) $(+5) + (-6)$
(x) $(-7) + (+5)$	(xi) $(+8) + (-10)$	(xii) $(-9) + (+4)$

8.4 திசைகொண்ட எண்களைக் கூட்டல்

திசைகொண்ட எண்களிலிருந்து நிறைவெண்களைக் கூட்டுவதைக் கற்ற நாம் எந்த இரண்டு திசைகொண்ட எண்களிலினதும் கூட்டலை ஆராய்வோம். நாம் முன்னர் கற்ற நிறைவெண்களைக் கூட்டுவதற்குப் பின்பற்றிய பண்புகள் இங்கேயும் பயன்படுத்தப்படும்.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள திசைகொண்ட எண்களைக் கூட்டுக.

(i) $(+\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{2})$

எண்களின் குறியீட்டைக் கருதாமல் எண்களைக் கூட்டுக.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

விடையின் குறியீடு $(+)$ ஆகும்.

$$(+\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{2}) = +1$$

(ii) $(-\frac{2}{7}) + (-\frac{4}{7})$

எண்களின் குறியீடுகளைக் கருதாமல் எண்களைக் கூட்டுக.

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$$

விடையின் குறியீடு $(-)$ ஆகும்.

$$(-\frac{2}{7}) + (-\frac{4}{7}) = (-\frac{6}{7})$$

(iii) $(+ 7.2) + (+ 1.3) = (+ 8.5)$

(iv) $(- 6.9) + (+ 2.5) = (- 4.4)$

பயிற்சி 8.6

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $(+\frac{3}{5}) + (+\frac{1}{5})$ (ii) $(-\frac{4}{7}) + (-\frac{1}{7})$ (iii) $(+\frac{2}{3}) + (+\frac{1}{3})$

(iv) $(-2) + (-\frac{1}{2})$ (v) $(-8.1) + (-1.3)$ (vi) $(-3.6) + (-1.8)$

(vii) $(+4) + (-2.5)$ (viii) $(-5) + (-3.7)$ (ix) $(-\frac{4}{8}) + (-\frac{3}{8})$

(x) $(-2.6) + (+6.5)$ (xi) $(+5.7) + (-3.9) + (+1.4)$

பலவினப் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ளவற்றில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) $(+8) + (-1) = (.....)$ (ii) $(+11) + (-12) = (.....)$

(iii) $(-4) + (-11) = (.....)$ (iv) $(-\frac{7}{9}) + (-\frac{5}{9}) = (.....)$

(v) $(-\frac{8}{11}) + (-\frac{3}{11}) = (.....)$ (vi) $(-8.95) + (-2.97) = (.....)$

(vii) $(-5.81) + (-2.25) = (.....)$ (viii) $(-6.57) + (-11.21) = (.....)$

(ix) $(-\frac{4}{13}) + (-\frac{7}{13}) = (.....)$ (x) $(-3.52) + (-2.51) = (.....)$

2. கட்டடமொன்றின் தரைத்தளம் 0 மாடி எனவும் அதற்கு மேலே உள்ள மாடிகள் 1, 2, 3, ... எனவும் கீழே உள்ள மாடிகள் −1, −2, −3, ... எனவும் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன.

(i) 7 ஆவது மாடியில் உள்ள ஒருவர் இன்னும் 5 மாடிகள் ஏறிச் செல்வாராயின் அவர் தற்போது எத்தனையாவது மாடியில் இருக்கின்றார்?

(ii) −1 ஆம் மாடியில் இருக்கும் ஒருவர் மேலும் 2 மாடிகள் இறங்கிச் செல்வாராயின் அவர் தற்போது எத்தனையாவது மாடியில் இருக்கின்றார்?

(iii) 8 ஆவது மாடியில் இருக்கும் ஒருவர் 3 மாடிகள் கீழே இறங்கிச் செல்வாராயின் அவர் தற்போது எத்தனையாவது மாடியில் இருக்கின்றார்?



(iv) 2 ஆவது மாடியில் இருக்கும் ஒருவர் மேலும் 4 மாடிகள் கீழே இறங்குவாராயின் அவர் தற்போது எத்தனையாவது மாடியில் இருக்கின்றார்?

3. ஒரு நாள் மொஸ்கோ நகரின் மு.ப. 6.00 இற்கான வெப்பநிலை - 4.7 ^{o}C ஆகும். அதே தினம் பி.ப. 4.00 மணிக்கு வெப்பநிலை 12 ^{o}C ஆல் அதிகரித்துக் காணப்பட்டது. பி.ப. 4.00 மணிக்கு மொஸ்கோ நகரின் வெப்பநிலையைக் காண்க.

பொழிப்பு

- பருமனுடன் திசையும் குறிக்கும் விதத்தில் நேர் அல்லது மறைக் குறியீட்டுடன் எழுதப்படும் சகல எண்களும் திசைகொண்ட எண்கள் எனப்படும்.
- ஒரே குறியீட்டைக் கொண்ட எண்கள் இரண்டைக் கூட்டும்போது அவற்றின் கூட்டுத்தொகை பெறப்பட்டு விடைக்கு அதன் குறியீடு இடப்படும்.
- நேர், மறை என வேறுபட்ட குறியீட்டைக் கொண்ட எண்களைக் கூட்டும்போது குறியீட்டைக் கருதாது அவற்றின் வித்தியாசம் பெறப்பட்டு பூச்சியத்திலிருந்து அதிக அலகுகள் தூரத்தில் உள்ள எண்ணின் குறியீடு இடப்படும்.



கோணங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

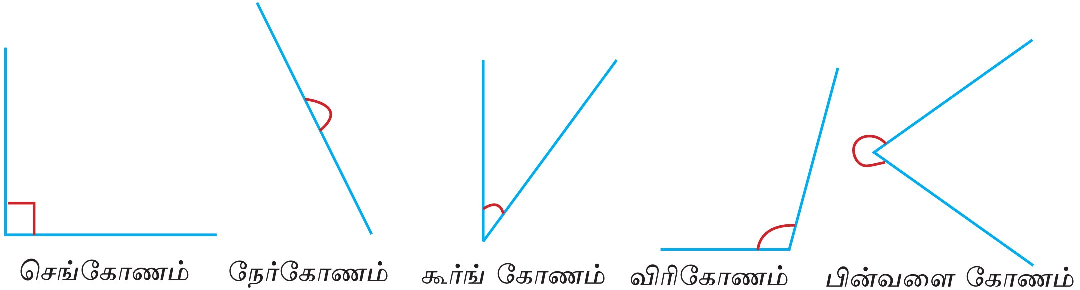
- கோணங்களின் இயக்கம்சார், நிலைசார் தன்மையை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- கோணங்களைப் பெயரிடுவதற்கும்
- பாகைமானியை உபயோகித்து கோணங்களை அளப்பதற்கும் வரை வதற்கும்
- பருமனுக்கு ஏற்ப கோணங்களை வகைப்படுத்துவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

9.1 கோணங்கள்

இரண்டு நேர்கோடுகள் சந்திக்கும்போது கோணமொன்று உண்டாகின்றது எனத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

அங்கு நீங்கள் அறிந்துகொண்ட கோணங்கள் சில கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



கோணம் தொடர்பாக நீங்கள் பெற்ற அறிவை நினைவுகூர பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

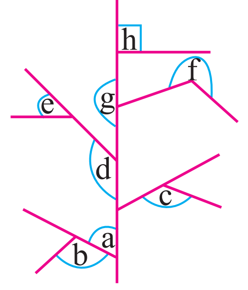
பயிற்சி 9.1

1. பின்வரும் உருக்களில் கோணங்களைத் தெரிவுசெய்து அவற்றின் ஆங்கில எழுத்துக்களை எழுதுக.



2. தரப்பட்டுள்ள உருவில் கோணங்களை இனங்கண்டு அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

கோணம்	கோணத்தின் வகை	கோணம்	கோணத்தின் வகை
a		e	
b		f	
c		g	
d		h	



3. சதுரக் கோட்டுத் தாளில் கீழே தரப்பட்டுள்ள கோண வகைகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒரு கோணம் வீதம் வரைந்து அதன் வகையை அருகில் எழுதுக. கூர்ங்கோணம், செங்கோணம், விரி கோணம், நேர் கோணம், பின்வளை கோணம்

9.2 கோணங்களின் இயக்கம்சார் அல்லது நிலைசார் தன்மை

இக்கோணங்களைப் பற்றி மேலும் பார்ப்போம்.

எமது சூழலை அவதானித்தோமானால் அங்கு நாம் பல கோணங்கங்களைக் காணலாம். அவ்வாறான சில இடங்கள் கீழே வரிப்படங்களில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

கணிதம்

புத்தகத்தின் வெளி அட்டையின் விளிம்புகளுக்கு இடையில் உள்ள கோணம்

சுவரின் முகட்டில் உருவாகும் கோணம்

சில்லின் மையத்தையும் விளிம்பையும் இணைக்கும் சட்டங்களுக்கு இடையேயான கோணம்

மேலே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பொதுவான பண்பு யாதெனின் அக்கோணங்களின் பருமன்கள் மாறாதவை ஆகும்.

- கோணங்களின் பருமன்கள் எப்போதும் மாறாதது எனின் அவை **நிலை சார்** தன்மையைக் கொண்டவையாகும்.
- ஆகவே மேலே தரப்பட்டுள்ள கோணங்கள் நிலைசார் தன்மையைக் கொண்டவை ஆகும்.
- சில்லு ஒன்று சுழலும்போதும் அதன் சட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணமானது மாறாதது என்பதைக் அவதானிப்பீர்கள்.

இப்போது யாதேனும் ஒன்று சுழலும் சந்தர்ப்பங்களில் உருவாகும் கோணங்கள் சிலவற்றைப் பார்ப்போம்.

உருவில் 4.00, 4.15 ஆகிய நேரங்களில் உள்ள கோணங்கள் காணப்படுகின்றன. கடிகார முட்கள் இரண்டிற்கும் இடையிலுள்ள கோணங்களின் பெறுமானம் நேரத்திற்கேற்ப வேறுபடும்.	கத்தரிக் கோலினால் வெட்டும்போது கத்தரிக் கோலின் வெட்டும் விளிம்புகளுக்கு இடையிலுள்ள கோணம்.	கதவைத் திறக்கும்போது அல்லது மூடும்போது கதவின் மேல் விளிம்புக்கும் நிலையின் மேல் விளிம்புக்கும் இடையிலுள்ள கோணம்.

மேற்குறிப்பிட்ட சந்தர்ப்பங்களில் கோணத்தை ஆக்கும் புயங்களைக் கவனிப்போம். இக்கோணங்களில் புயங்கள் ஒன்று அல்லது இரண்டும் சுழலும்போது அதற்கேற்றவாறு இடையிலுள்ள கோணத்தின் பெறுமானம் வேறுபடும். இவ்வாறு உருவாகும் கோணங்கள் **இயக்கம்சார்** தன்மையைக் கொண்ட கோணங்கள் எனப்படும்.

கோணமொன்றின் இயக்கரீதியான தன்மையை விளங்கிக்கொள்ள பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

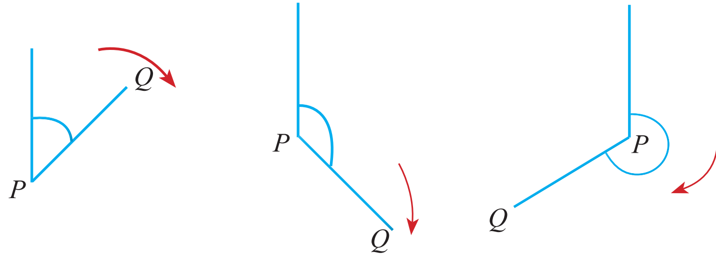
செயற்பாடு 1

படி 1 - புதிய இளம் ஈர்க்குத் துண்டை எடுத்து முறியாத வண்ணம் அதனை கவனமாக இரண்டாக மடிக்க.

படி 2 - அவ்வீர்க்குத் துண்டுகளை மேசையின் மீது வைத்து நன்றாக அழுத்திய பின் ஒரு துண்டை மேசையுடன் சேர்த்து இறுக்கமாக ஒட்டிக் கொள்க.

படி 3 - இரண்டாவது துண்டை மேசையின் மீது சுழலச் செய்து பெறக்கூடிய சந்தர்ப்பங்கள் சிலவற்றின் உருவப்படங்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைக.

அவ்வாறு பெறக்கூடிய சில சந்தர்ப்பங்களின் உருவப்படங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.



- ஈர்குத் துண்டின் இரண்டு பகுதிகளும் சுழலுவதனால் அவற்றுக் கிடைப்பட்ட கோணத்தின் பருமன் மாற்றமடைகின்றது. அதாவது இது அக்கோணத்தின் இயக்கம்சார் தன்மையாகும்.

- இரண்டு ஈர்க்குத் துண்டுகளும் சுழலுவதாயின் ஈர்க்குத் துண்டுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் பருமன் வேறுபடும்.

ஒரு சுழற்சியானது கடிகார முட்கள் சுழலும் பக்கமாக இருப்பின் வலஞ் சுழியான சுழற்சி எனவும் எதிர்த் திசையாக சுழலுவதாயின் இடஞ்சுழியான சுழற்சி எனவும் கொள்ளப்படும்.

பயிற்சி 9.1

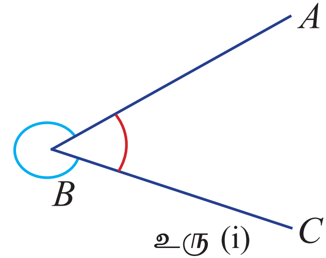
1. (i) சூழலில் நிலைசார் தன்மையைக் கொண்ட கோணங்களை அவதானிக்கும் 3 சந்தர்ப்பங்களை எழுதுக.
   (ii) சூழலில் இயக்கம்சார் தன்மையைக் கொண்ட கோணங்களை அவதானிக்கும் 3 சந்தர்ப்பங்களை எழுதுக.

2. (i) இரண்டு புயங்களும் நிலையாக அமைந்த நிலைசார் தன்மையைக் கொண்ட கோணத்திற்கு உதாரணம் ஒன்று தருக.
   (ii) இரண்டு புயங்களும் நிலையாக அமையாத நிலைசார் தன்மையைக் கொண்ட கோணத்திற்கு உதாரணம் ஒன்று தருக.
   (iii) இரண்டில் ஒரு புயம் நிலையாக அமைந்த இயக்கம்சார் தன்மையைக் கொண்ட கோணத்திற்கு உதாரணம் ஒன்று தருக.
   (iv) இரண்டு புயங்களும் நிலையாக அமையாத இயக்கம்சார் தன்மையைக் கொண்ட கோணத்திற்கு உதாரணம் ஒன்று தருக.

9.3 கோணங்களைப் பெயரிடல்

இப்போது கோணமொன்றைப் பெயரிடும் முறையைப் பார்ப்போம்.

- உரு (i) இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு AB, BC ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் சந்திப்பதால் இரு கோணங்கள் உருவாகியுள்ளன.



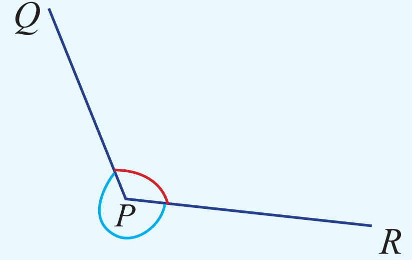
உரு (i)

- AB, BC என்ற கோட்டுத் துண்டங்கள் கோணத்தின் **புயங்கள்** எனவும் AB, BC என்ற நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளி B **உச்சி** எனவும் அழைக்கப்படும்.
- சிவப்பு நிற வில்லினால் காட்டப்படும் கோணத்தின் பருமனானது நேர்கோணத்திலும் சிறிதாகும். அதாவது இரண்டு செங்கோணங்களிலும் சிறிதாகும்.
- நீல நிற வில்லினால் காட்டப்படும் கோணத்தின் பருமனானது நேர்கோணத்திலும் அதிகமாகும்.

- சிவப்பு நிற வில்லினால் காட்டப்படுவது கோணம் ABC ஆகும். இது $A\hat{B}C$ என எழுதப்படும். கோணத்தைப் பெயரிடும்போது உச்சியைக் குறிக்கும் எழுத்து நடுவில் அமைய வேண்டும்.
- இக்கோணத்தை $C\hat{B}A$ எனவும் எழுத முடியும்.
- நீல நிற வில்லினால் காட்டப்படுவது பின்வளை கோணம் ABC ஆகும். அத்துடன் இதனை பின்வளை $A\hat{B}C$ எனவும் பின்வளை $C\hat{B}A$ எனவும் பெயரிடலாம்.
- சில புத்தகங்களில் $\measuredangle ABC$ எனவும் எழுதப்படும்.

உதாரணம் 1

PQ, PR என்ற நேர்கோட்டுத்துண்டங்களை புயங்களைக் கொண்டு கோணம் ஒன்றை வரைக. உருவாகும் இரண்டு கோணங்களையும் பெயரிடுக.



சிவப்பு நிற வில்லினால் காட்டப்படுவது $Q\hat{P}R$ ஆகும். நீல நிறத்தினால் காட்டப்படும் கோணம் பின்வளை $Q\hat{P}R$ ஆகும்.

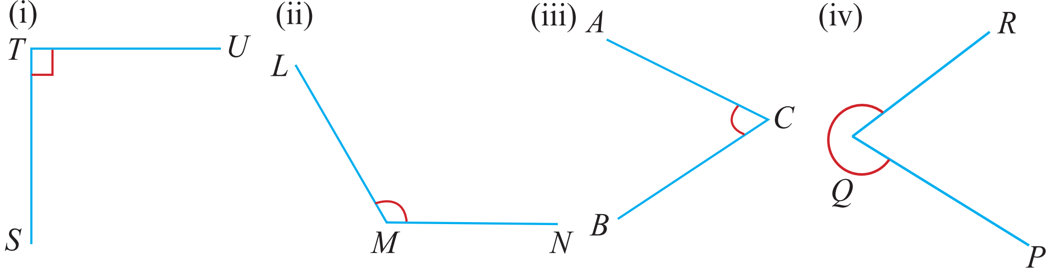
உதாரணம் 2

$D\hat{E}F$ இன் உச்சி, புயங்கள் என்பவற்றை எழுதுக.

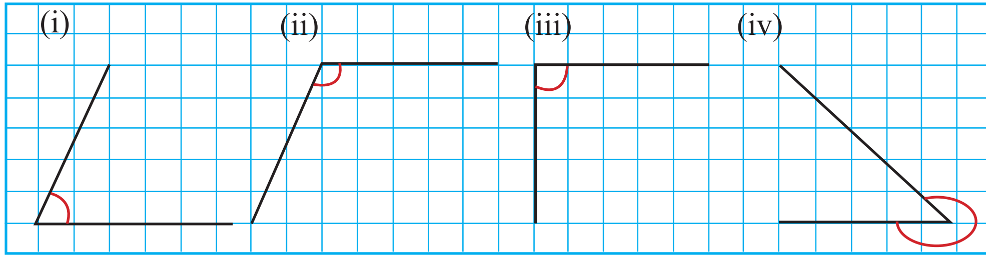
$D\hat{E}F$ இன் நடுவில் அமைந்துள்ள எழுத்து E என்பதால் கோணத்தின் உச்சி E ஆகும். கோணத்தின் புயங்கள் ED, EF ஆகும்.

பயிற்சி 9.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் உச்சி, புயங்கள் என்பவற்றை எழுதுக.



2. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் பிரதிசெய்து ஆங்கில எழுத்துகளைப் பயன்படுத்திப் பெயரிடுக.



3. நீங்கள் விரும்பிய கோணமொன்றை சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைந்து அதனைப் பெயரிடுக.

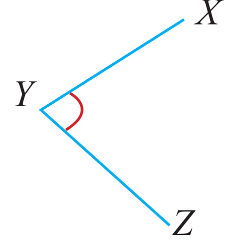
4. XY , YZ ஆகியவற்றைப் புயங்களாகவுடைய விரிகோணத்தைச் சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைக.

5. கோணம் $D\hat{E}F$ ஐ வரைந்து அதன் புயங்கள், உச்சி என்பவற்றை எழுதுக.

6. பின்வளை கோணமொன்றை வரைந்து அதனைப் பெயரிடுக.

7. ஒரு செங்கோணத்தைச் சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைந்து பெயரிடுக.

8. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தை ஆக்கில் $X\hat{Y}Z$ என எழுதினார். அதே கோணத்தை $Z\hat{Y}X$ என அம்ரா எழுதியுள்ளார். இருவரும் எழுதியது சரி எனக் கமலா கூறுகின்றார். கமலாவின் கூற்றினை ஏற்றுக் கொள்கிறீரா? உமது விடையை விளக்குக.

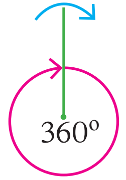


9.4 கோணங்களை அளத்தல்

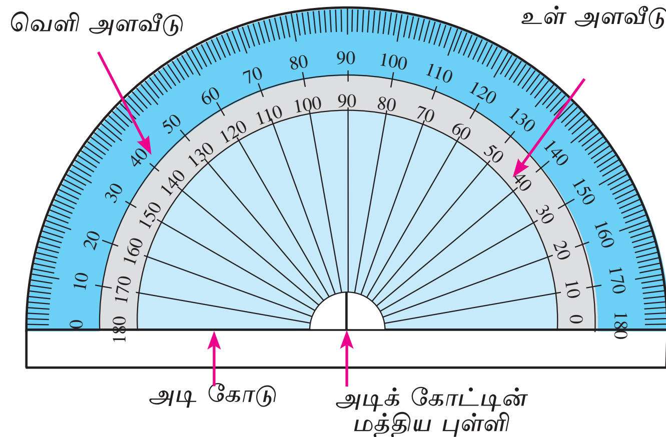
நீளம், திணிவு, காலம், திரவங்களின் அளவு என்பவற்றை அளப்பதற்கு நியம அலகுகளும் உபகரணங்களும் உள்ளன. அந்த உபகரணங்கள் பற்றித் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். இப்போது கோணத்தை அளப்பதற்குரிய அலகையும் உபகரணத்தையும் பார்ப்போம்.

கோணத்தை அளக்கும் நியம அலகு பாகை ஆகும். 1 பாகை என்பது 1^0 என எழுதப்படும்.

நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்று புள்ளியொன்றைச் சுற்றி ஒரு முழுச் சுற்று சுழலுவதால் 360^o கோணம் உருவாகின்றது.

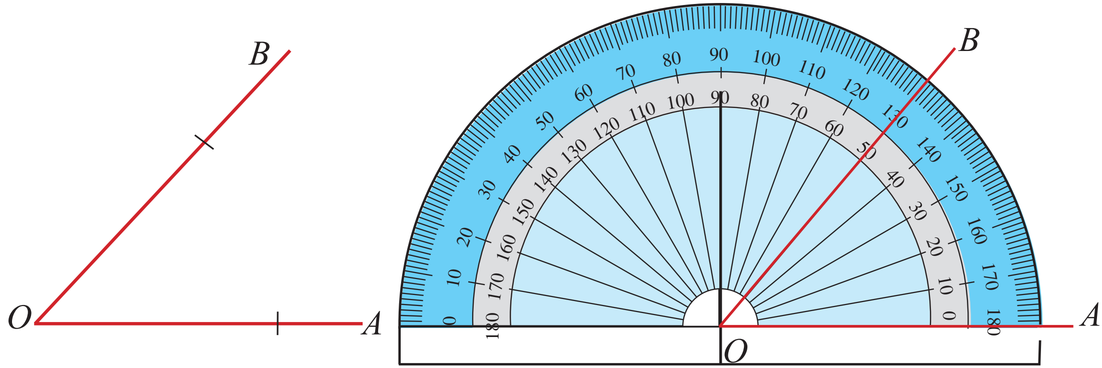


வட்டத்தின் அரைப்பங்கைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட உபகரணம் **பாகைமானி** ஆகும். பாகைமானியின் உருவம் ஒன்று கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது. அதில் 0^o இருந்து 180^o வரை இடஞ்சுழியாகவும் வலஞ்சுழியாகவும் எண்கள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. 0 - 0 என குறிக்கப்பட்ட கோடு **அடிக் கோடு** எனப்படும். பாகைமானியின் வெளிப்புறமாகவும் உட்புறமாகவும் இதற்கு படிவகுக்கை பிரிவுகள் உள்ளன.



வெளிபுறத்தில் 0, 10, 20, ... , 180 என்னும் அளவீடுகள் நீளமான கோடுகளாக குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இரு நீளக் கோடுகளிடையில் 10 சம பிரிவுகள் உள்ளன. உருவில் காட்டியுள்ள விதத்தில் இரு நீளக் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட கோணம் 10^{o} ஆகும்.

உருவில் தரப்பட்டுள்ள கோணம் $A\hat{O}B$ ஐ அளப்பதற்குப் பாகைமானியைக் கையாளும் முறையைப் பார்ப்போம்.

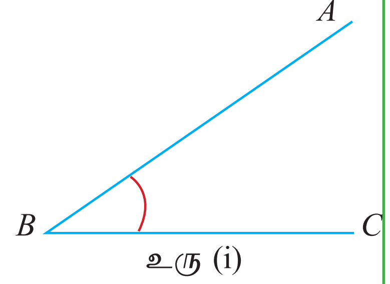


பாகைமானியின் அடிக்கோட்டின் நடுப்புள்ளியைக் கோணம் $A\hat{O}B$ இன் உச்சி O உடனும் அடிக்கோடு புயம் OA உடனும் பொருந்துமாறு உருவில் காட்டியவாறு பாகைமானியை வைக்கவேண்டும். அப்போது புயம் OB, 50^{o} ஐக் குறிக்கும் படிவகுக்கைப் பிரிவுடன் பொருந்துகின்றது. எனவே $A\hat{O}B = 50^{o}$ ஆகும்.

மேற்காட்டப்பட்ட உருவில் இருந்து பாகைமானியை உபயோகித்து 1^{o} கோணத்தை வரைந்து காட்டுவது மிகச் சிரமம் என்பதைப் புரிந்துகொண்டிருப்பீர்கள்.

செயற்பாடு 2

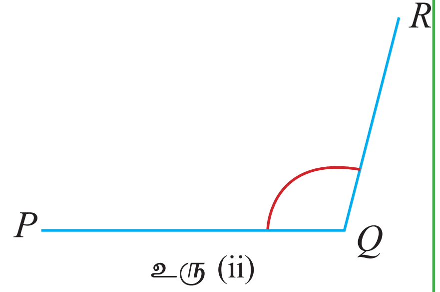
படி 1 - நேர் விளிம்பைப் பயன்படுத்தி உரு (i) இல் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கோண மொன்றை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைக.



உரு (i)

படி 2 - வரையப்பட்ட கோணத்தின் பருமனை அளந்து அதன் பெறுமானத்தை உச்சி B இல் உள்ள வில்லினுள் எழுதுக. (AB, BC கோடுகளுக்கு இடையில்)

படி 3 - உரு (ii) இல் காட்டியவாறான கோணமொன்றையும் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து முன்னர் போலவே அதனை அளந்து பெறுமானத்தை எழுதுக.

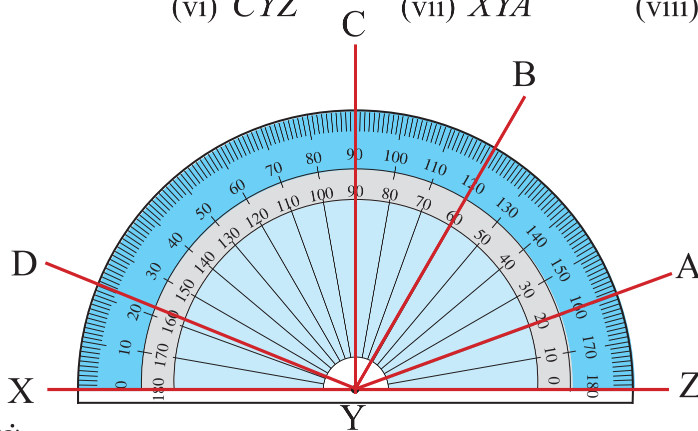


உரு (ii)

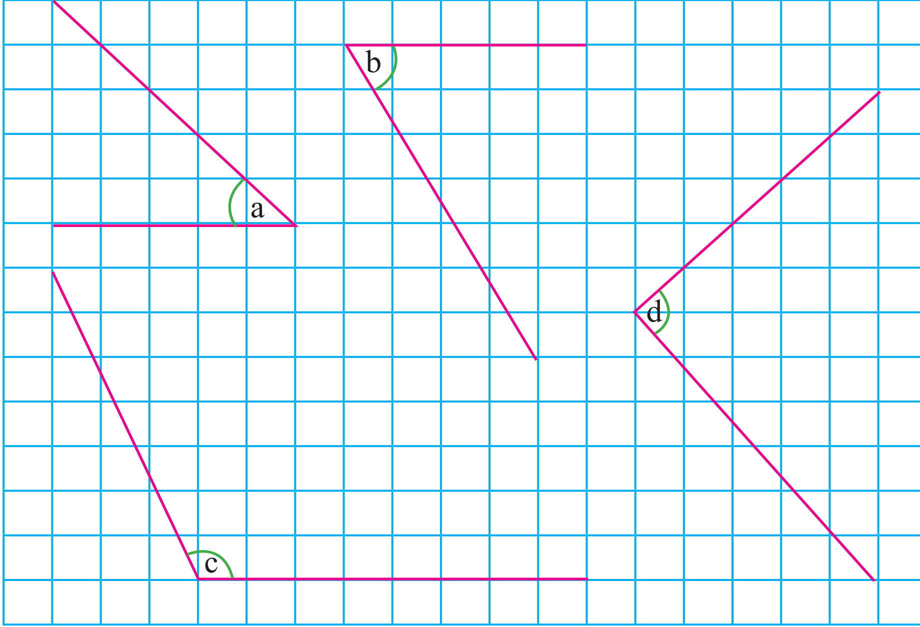
பயிற்சி 9.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவினைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தின் பருமனையும் எழுதுக.

(i) $X\hat{Y}Z$ (ii) $Z\hat{Y}A$ (iii) $X\hat{Y}C$ (iv) $B\hat{Y}Z$
(v) $X\hat{Y}B$ (vi) $C\hat{Y}Z$ (vii) $X\hat{Y}A$ (viii) $Z\hat{Y}D$

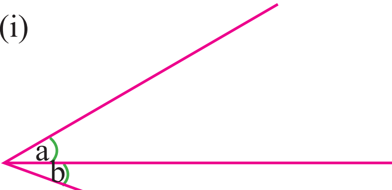


2. பின்வரும் கோணங்களைச் சதுரக்கோட்டுத் தாளில் வரைந்து அவற்றை அளந்து அவற்றின் பருமனை எழுதுக.



3. பின்வரும் உருக்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து ஆங்கில எழுத்துக்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமன்களை அளந்து எழுதுக.

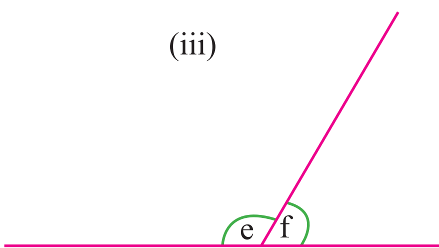
(i)



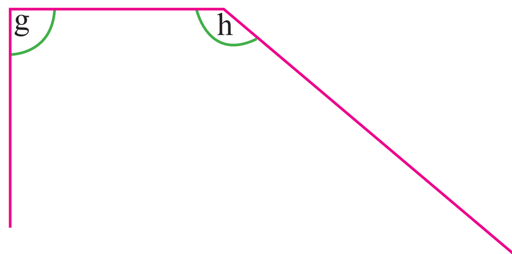
(ii)



(iii)



(iv)



9.5 தரப்பட்ட பருமனைக் கொண்ட கோணத்தை வரைதல்

இப்போது தரப்பட்ட பருமனைக் கொண்ட கோணத்தை வரைவோம்.

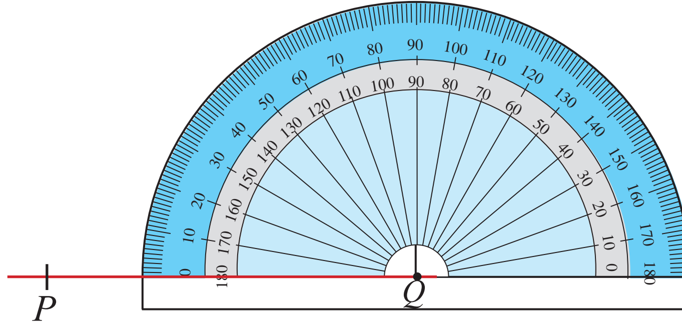
செயற்பாடு 3

பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றி $P\hat{Q}R = 35^{o}$ ஆகவுள்ள கோணத்தை வரைக.

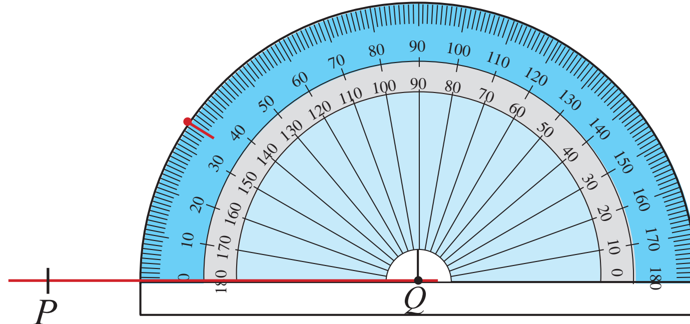
படி 1 - நேர் விளிம்பைப் பயன்படுத்தி நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்றை வரைந்து அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.



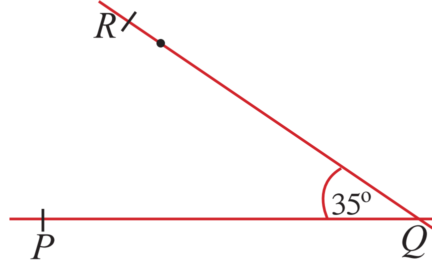
படி 2 - கோணத்தின் உச்சி Q என்பதால் பாகைமானியின் அடிக் கோட்டின் நடுப்புள்ளி Q இன் மீது அமையுமாறும், அடிக்கோடு, PQ உடன் பொருந்துமாறும் பாகைமானியை வைக்க.



படி 3 - PQ உடன் பொருந்தும் 0 என்ற பிரிவிலிருந்து ஆரம்பித்து அளவீட்டின் வழியே சென்று 35^{o} ஐக் குறிக்கும் பிரிவிற்கு நேரே தாளின் மீது பென்சிலால் ஒரு புள்ளி அடையாளத்தை இடுக.



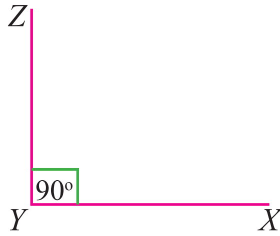
படி 4 - இப்போது பாகைமானியை அகற்றி முன்னர் குறித்த புள்ளியை R எனக் குறிக்க. Q ஐயும் R ஐயும் இணைத்து சற்று நீட்டுக. கோணத்தின் பருமனை 35^o எனக் குறிக்க.

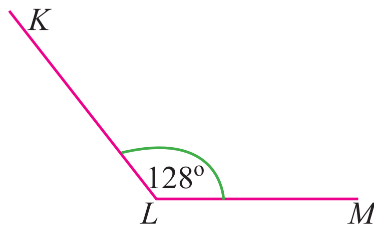


கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில்

(i) $X\hat{Y}Z = 90^o$ ஆகவுள்ள $X\hat{Y}Z$ ஐ வரைக.

(ii) $K\hat{L}M = 128^o$ ஆகவுள்ள $K\hat{L}M$ ஐ வரைக.





பயிற்சி 9.4

1. பின்வரும் கோணங்களை வரைக.

(i) $P\hat{Q}R = 75^o$ (ii) $A\hat{B}C = 48^o$ (iii) $K\hat{L}M = 130^o$ (iv) $X\hat{Y}Z = 28^o$

2. (i) நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்றை வரைந்து PQ எனப் பெயரிடுக.

(ii) $P\hat{Q}R = 82^o$ ஆகுமாறு PR என்ற புயத்தை வரைக.

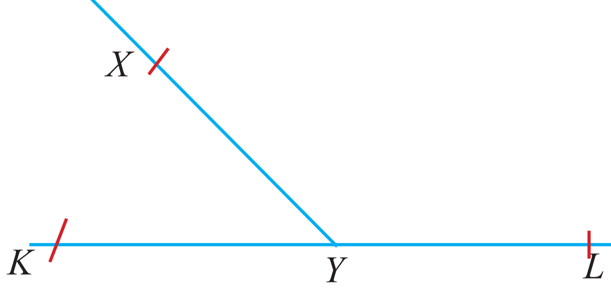
(iii) $P\hat{Q}S = 43^o$ ஆகுமாறு QS என்ற புயத்தை வரைக.

3. (i) நீங்கள் விரும்பிய முக்கோணியொன்றை வரைந்து ABC எனப் பெயரிடுக.

(ii) $B\hat{C}A$, $C\hat{A}B$, $A\hat{B}C$ ஆகிய கோணங்களின் பருமன்களை அளந்து எழுதுக.

(iii) அளந்து பெற்ற பெறுமானங்களைக் கொண்டு $A\hat{B}C + B\hat{C}A + C\hat{A}B$ என்ற கூட்டுத்தொகையைப் பெறுக.

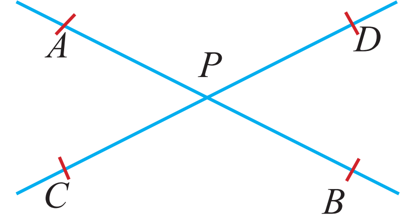
4. (i) கீழே உருவில் காட்டியுள்ளவாறு Y இல் சந்திக்குமாறு KL, XY என்ற கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக.



(ii) $K\hat{Y}X$, $X\hat{Y}L$ என்பவற்றை அளந்து எழுதுக.

(iii) $K\hat{Y}X + X\hat{Y}L$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. (i) உருவில் காட்டியவாறு AB, CD ஆகிய நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் ஒன்றையொன்று P இல் வெட்டுமாறு வரைக.

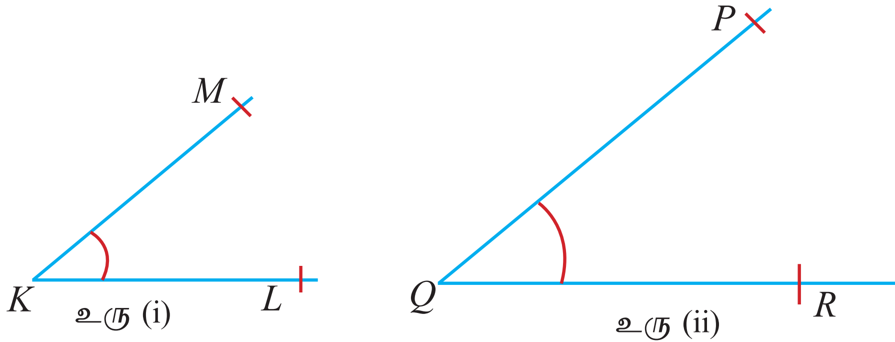


(ii) $A\hat{P}C$, $C\hat{P}B$, $B\hat{P}D$, $D\hat{P}A$ ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

(iii) $A\hat{P}C$, $B\hat{P}D$ என்பவற்றுக்கு இடையிலான தொடர்பை எழுதுக.

(iv) $A\hat{P}D$, $C\hat{P}B$ என்பவற்றுக்கு இடையிலான தொடர்பை எழுதுக.

6. கீழே தரப்பட்ட உரு (ii) இலுள்ள கோணத்தின் பருமன், உரு (i) இலுள்ள கோணத்தின் பருமனிலும் பார்க்க பெரிது என நிமலன் கூறுகிறார். இதனை நீர் ஏற்றுக்கொள்கிறீரா? விடையை விளக்குக.

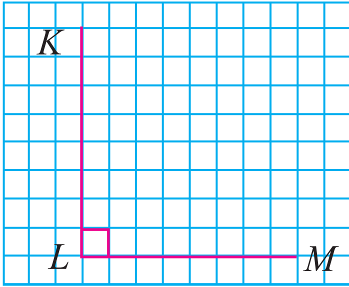


9.6 கோணங்களை வகைப்படுத்தல்

செங்கோணத்தின் மூலமாக கோணங்களை வகைப்படுத்துவதற்குத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். கோணங்களை அளப்பதன் மூலமும் வரைவதன் மூலமும் செங்கோணத்தின் பெறுமானம் 90^{o} எனக் கற்றோம். 90^{o} ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு ஏனைய கோணங்களை வகைப்படுத்துவோம்.

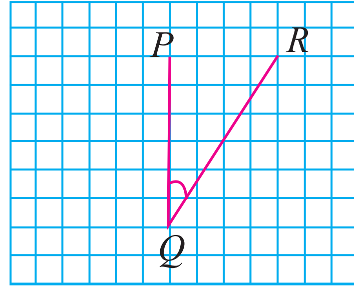
செங்கோணம்

பருமன் 90^{o} ஆகவுள்ள கோணம் செங்கோணம் ஆகும். $K\hat{L}M$ ஒரு **செங்கோணமாகும்.**



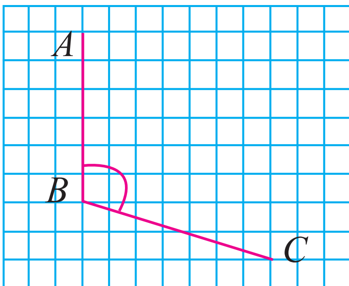
கூர்ங் கோணம்

பருமனில் 90^{o} இலும் குறைந்த கோணங்கள் கூர்ங்கோணங்கள் ஆகும். $P\hat{Q}R$ **ஒரு கூர்ங் கோணம்.**



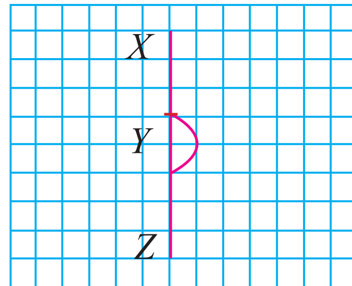
விரிகோணம்

பருமனில் 90^{o} க்கும் 180^{o} க்கும் இடையில் அமையும் கோணம் விரிகோணம் ஆகும். $A\hat{B}C$ ஒரு **விரிகோணம்.**



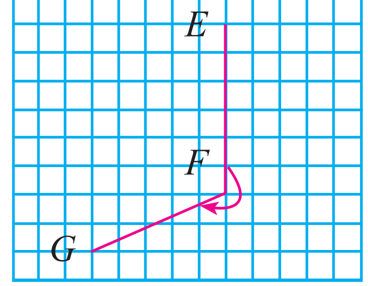
நேர் கோணம்

பருமன் 180^{o} ஆகவுள்ள கோணம் நேர் கோணம் ஆகும். $X\hat{Y}Z$ ஒரு **நேர் கோணம்**



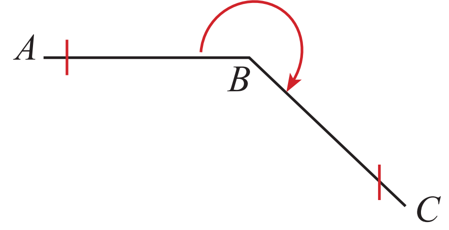
பின்வளை கோணம்

பருமன் 180° க்கும் 360° க்கும் இடையில் அமையும் கோணம் பின்வளை கோணம் ஆகும். $E\hat{F}G$ ஒரு **பின்வளை கோணம்** ஆகும்.



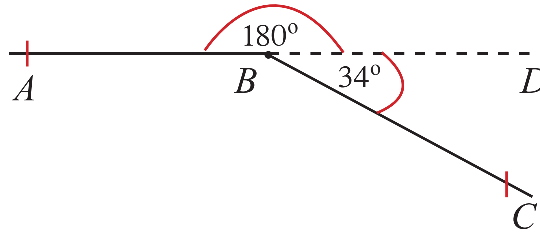
9.7 பின்வளை கோணத்தை அளத்தலும் வரைதலும்

பின்வளை கோணம் ABC உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி இக்கோணத்தை ஒரே தடவையில் அளக்க முடியாது. எனவே பின்வளை கோணத்தை அளக்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.



முறை I

தரப்பட்டுள்ள பின்வளை $A\hat{B}C$ ஐ அளப்போம்.
அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி AB ஐ நீட்டுவதன் மூலம் ABD என்னும் நேர் கோணத்தைப் பெறுவோம். $A\hat{B}D = 180^{\circ}$



இப்போது பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி $D\hat{B}C$ ஐ அளப்போம். $D\hat{B}C = 34^{\circ}$ எனக் காணப்படுகின்றது.

பின்வளை கோணம் ABC = நேர் கோணம் $A\hat{B}D + D\hat{B}C$
பின்வளை கோணம் ABC $= 180^{\circ} + 34^{\circ}$
$= 214^{\circ}$

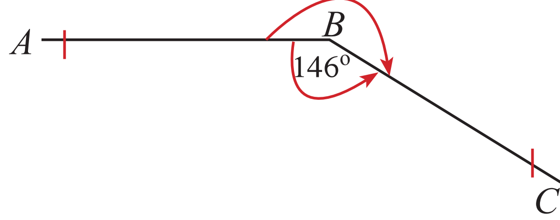
முறை II

விரிகோணம் $A\hat{B}C$ ஐ அளப்போம். அது 146^o பின்வளை கோணம்

$A\hat{B}C$ + பின்வளை $A\hat{B}C = 360^o$ என்பதால்

பின்வளை கோணம் $A\hat{B}C = 360^o - 146^o$

$= 214^o$



இப்போது பின்வளை கோணம் வரையும் முறையைப் பார்ப்போம்.

செயற்பாடு 4

பின்வளை $P\hat{Q}R = 240^o$ என்ற கோணத்தைப் பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றி வரைக.

முறை I

படி 1 - PQ என்னும் நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக.

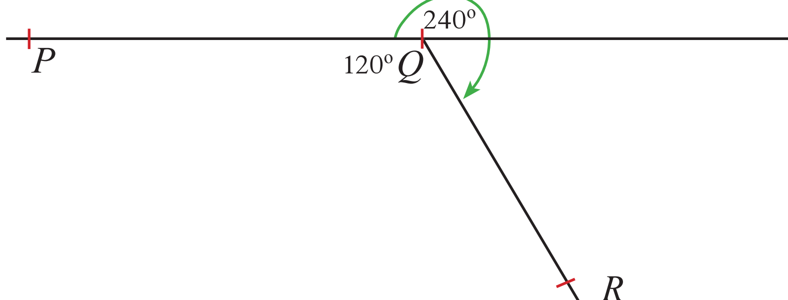


படி 2 - $P\hat{Q}R$ இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

$P\hat{Q}R = 360^o - 240^o$

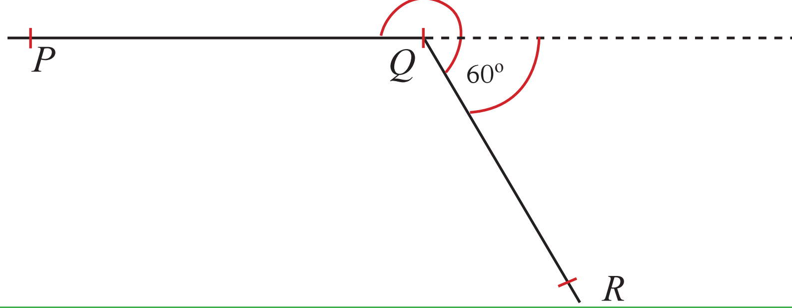
$\therefore P\hat{Q}R = 120^o$

படி 3 - $P\hat{Q}R = 120^o$ ஆகுமாறு Q இல் 120^o கோணத்தை வரைந்து பின்வளை கோணம் $P\hat{Q}R$ ஐ 240^o எனக் குறிக்க.



முறை II

நேர் கோணத்தின் மீது மேலும் 60^{o} $(240^{o} - 180^{o})$ கோணத்தை வரைவதன் மூலம் 240^{o} பின்வளை கோணத்தை வரையலாம்.



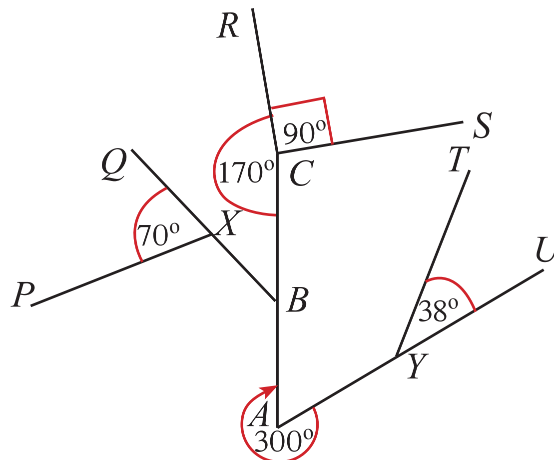
பயிற்சி 9.6

1. தொகுதிகள் (a), (b) களைப் பிரதிசெய்து பொருத்தமானவற்றை இணைக்க.

தொகுதி (a) (கோணத்தின் பருமன்)	தொகுதி (b) (கோணத்தின்வகை)
18^{o}	நேர் கோணம்
135^{o}	செங்கோணம்
180^{o}	கூர்ங்கோணம்
255^{o}	விரி கோணம்
90^{o}	பின்வளை கோணம்.

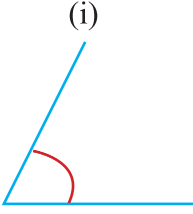
2. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்கள் எவ்வகை என எழுதுக.

(i) $P\hat{X}Q$ (ii) $B\hat{C}R$ (iii) $S\hat{C}R$ (iv) $T\hat{Y}U$ (v) $B\hat{A}Y$



3. பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தின் பருமனுக்கும் மிகப் பொருத்தமான பெறுமானத்தை அடைப்பினுள் இருந்து தெரிவுசெய்து எழுதுக.

(i)



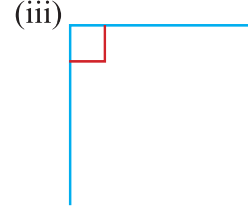
(25^o, 65^o, 10^o)

(ii)



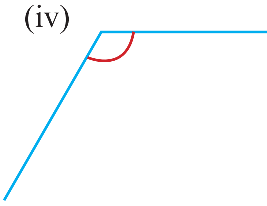
(1^o, 80^o, 15^o)

(iii)



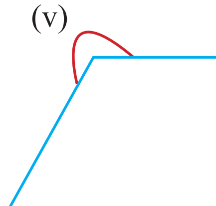
(50^o, 90^o, 180^o)

(iv)



(360^o, 120^o, 180^o)

(v)



(185^o, 240^o, 350^o)

4. பாகைமானியைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் பின்வளை கோணங்களை வரைக.

(i) $A\hat{B}C = 300^o$ (ii) $P\hat{Q}R = 195^o$ (iii) $M\hat{N}O = 200^o$

(iv) $K\hat{L}M = 243^o$ (v) $X\hat{Y}Z = 310^o$

பொழிப்பு

- கோணமொன்றை அளக்கும் நியம அலகு பாகையாகும். 1° என்பது ஒரு பாகையாகும்.
- 90° இலும் குறைந்த பருமனுடைய கோணங்கள் கூர்ங்கோணங்கள் எனப்படும்.
- 90° உடைய கோணங்கள் செங்கோணங்களாகும்.
- 90° இலும் கூடிய 180° இலும் குறைந்த அதாவது 90° க்கும் 180° க்கும் இடைப்பட்ட கோணங்கள் விரிகோணங்களாகும்.
- 180° பருமனுடைய கோணம் நேர்கோணமாகும்.
- 180° க்கும் 360° க்கும் இடைப்பட்ட கோணங்கள் பின்வளை கோணங்களாகும்.

மீட்டற் பயிற்சி - 1

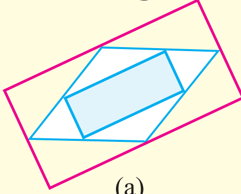
1. (a) பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

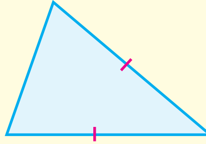
(i) $15 + 13 + 12$ (ii) $18 - 12 + 6$ (iii) $9 + 6 - 8$
(iv) $8 \times 7 - 12$ (v) $7 \times 3 + 5$ (vi) $24 - 18 \div 3$
(vii) $15 + 18 \div 3$ (viii) $16 + 5 \times 3$ (ix) $15 - 9 \div 3$

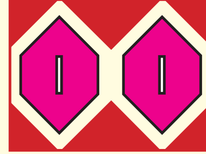
(b) $91 - 35 \div 7$ என்பதை சுருக்கும்போது விடை 8 என வினோத் கூறுகின்றார். வினோத்தின் விடை தவறானது எனவும் ஏன் தவறானது எனவும் விளக்குக.

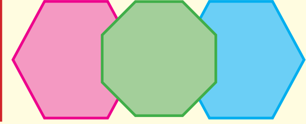
2. (i) இருபுடைச் சமச்சீரான தளவுரு என்றால் யாது?

(ii) பின்வரும் ஒவ்வோர் உருக்களினதும் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.

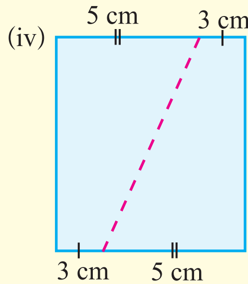

(a)


(b)


(c)

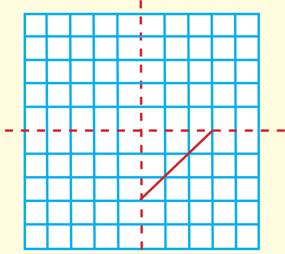

(d)

(iii) பின்வரும் உருக்களை சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைக.
(a) ஒரு சமச்சீர் அச்சை மட்டும் கொண்ட நேர்க்கோட்டுத் தளவுரு
(b) இரண்டு சமச்சீர் அச்சுகளை மட்டும் கொண்ட நேர்க்கோட்டுத் தளவுரு
(c) இரண்டுக்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் அச்சுக்கள் கொண்ட நேர்க்கோட்டுத் தளவுரு

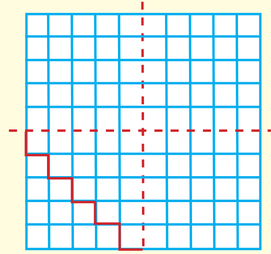
(iv)


தரப்பட்ட உருவை புள்ளிக் கோட்டின் வழியே வெட்டும்போது ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும் இரண்டு பகுதிகள் கிடைக்கின்றன. இந்த உரு ஒரு இருபுடைச் சமச்சீரான உருவமா? உமது விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.

(v) புள்ளிக் கோடுகள் சமச்சீர் அச்சுகள் ஆகும் வகையில் சதுரக் கோட்டுத் தாளில் கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களை பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.



(i)



(ii)

3. (i) பின்வரும் தொடையை விபரித்து வசனத்தில் எழுதுக. இதற்குப் பொருத்தமான பொதுப் பண்பு ஒன்று எழுதுக.

A = {2, 3, 5, 7}

(ii) P = {12 இன் காரணிகள் } என்ற தொடையின் மூலகங்களைப் பட்டியல்படுத்தி எழுதுக.

(iii) A = {8 க்கும் 20 க்கும் இடைப்பட்ட 3 இன் மடங்குகள்} என்ற தொடையை,

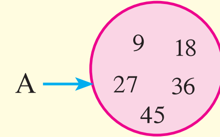
(அ) மூலகங்களை பட்டியற்படுத்தி எழுதுக.

(ஆ) வென் வரிப்படமொன்றில் காட்டுக.

(iv) வென் உருவத்தில் வகைக்குறிப்பிட்ட தொடையை விவரித்து எழுதுக.

(a) பொதுப் பண்புகளைக் கொண்டு விவரித்து எழுதுக.

(b) மூலகங்களைப் பட்டியல்படுத்தி எழுதுக.



4. (i) 44 இன் காரணிகளை எழுதுக.

(ii) 44 இன் காரணிகளில் முதன்மைக் காரணிகளை வேறாக்கி எழுதுக.

(iii) 56 ஐ முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

(iv) 18, 30, 42 என்ற எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியதைக் காண்க.

(v) 8, 9, 12 என்ற எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

5. (i) 522 இன் இலக்கச் சுட்டி யாது?

(ii) இலக்கச் சுட்டியைப் பயன்படுத்தி 522, 3 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் என விளக்குக.

(iii) இலக்கச் சுட்டியைப் பயன்படுத்தி 522, 9 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும் என விளக்குக.

(iv) வகுக்காமல் எண்ணொன்று 4 ஆல் மீதியின்றி வகுபடுமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்ப்பது எவ்வாறு?

(v) [4] [3] [2] [1] என இலக்கமிடப்பட்ட 4 அட்டைகள் உள்ளன. அவைகள் அனைத்தையும் உபயோகித்து 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்கக்கூடிய எத்தனை எண்களை அமைக்கலாம்? அந்த எண்கள் எல்லாவற்றையும் எழுதுக.

(vi) [5] [3] [ ] ஆகிய மூவிலக்க எண்ணானது 9 ஆல் வகுபடுமாயின் ஒன்றனிடத்தில் வரவேண்டிய இலக்கம் யாது?

(vii) [5|3|] ஆகிய மூவிலக்க எண்ணானது 6 ஆல் வகுபடுமாயின் ஒன்றனிடத்தில் வரவேண்டிய இலக்கம் யாது?

6. (i) 6^2 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) இப்பெறுமானத்தைக் குறிக்கும் எண்ணின் எல்லாக் காரணிகளையும் எழுதுக.

(iii) இக்காரணிகளுள் முதன்மைக் காரணிகள் 2 மாத்திரம் உள்ளன. இவ்வாறு முதன்மைக் காரணிகள் 2 மட்டும் உள்ள வேறு மூன்று எண்களை எழுதுக.

(iv) இம்மூன்று எண்களையும் வலு வடிவில் தருக.

(i) $a^2 \ b^3$ என்பதை விரித்து எழுதுக.

(ii) $x = 5, \ y = 4$ எனின் $x^3 \ y^2$ இன் பெறுமானம் காண்க.

7. பின்வரும் கூற்றுக்கள் சரியானதா அல்லது தவறானதா எனக் கூறுக.

(i) 2 இன் எந்தவொரு மடங்கிற்கும் ஒரு முதன்மைக் காரணி மட்டும் உண்டு.

(ii) 2 இன் எந்வொரு வலுவிற்கும் முதன்மைக் காரணியாக 2 மட்டுமே உண்டு.

(iii) 3 இன் எந்தவொரு மடங்கிற்கும் ஒரு முதன்மைக் காரணி மட்டும் உண்டு.

(iv) 3 இன் எந்வொரு வலுவிற்கும் ஒரு முதன்மைக் காரணி மட்டும் உண்டு.

(v) 5 இன் வலுவினைக் கருதும்போது அவற்றின் காரணிகளுள் முதன்மைக் காரணியாக உள்ளது 5 மட்டுமே.

(vi) இரண்டு நேர் நிறைவெண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது அதன் பொது மடங்குகளுட் சிறியதிற்கு சமனாகவோ அல்லது அதனை விடச் சிறியதாகவோ காணப்படும்.

(vii) இரண்டு முதன்மை எண்களின் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது 1 ஆகும்.

(viii) 12 இனதும் 13 இனதும் பொதுக் காரணிகளுட் பெரியது 1 ஆகும்.

8. (i) 1892 ஆம் ஆண்டு என்பது நெட்டாண்டா என்பதைக் காரணத்துடன் விளக்குக.

(ii) 2100 என்பது நெட்டாண்டா என்பதைக் காரணத்துடன் விளக்குக.

(iii) 2100 ஆம் ஆண்டு எத்தனையாம் தசாப்தத்திற்குரியது?

9. (a) கூட்டுக.

	வருடம்	மாதம்	நாள்
	3	6	19
+	2	8	20

	வருடம்	மாதம்	நாள்
	16	09	21
+	7	03	9

(b) கழிக்குக.

	வருடம்	மாதம்	நாள்
	6	8	12
−	4	5	20

	வருடம்	மாதம்	நாள்
	5	7	19
−	2	9	25

10. ஒரு பிள்ளையின் ஐந்தாவது பிறந்த தினம் 2002-08-26 அன்றாகும். அன்று பிள்ளையின் திணிவு 20 kg 70 g ஆக இருந்தது.

(i) அவரின் பிறந்த திகதி என்ன?

(ii) 8 ஆவது பிறந்த தினத்தில் அவரது திணிவு 30 kg 600 g ஆக இருந்தது. 3 வருடத்தில் அவரது திணிவு எவ்வளவால் அதிகரித்தது?

(iii) 2012-03-25 அன்று அவரது வயதைக் காண்க.

(iv) 2012-03-25 ஆம் திகதி ஆகும்போது அவரது திணிவு 5 ஆவது பிறந்த தினத்தில் இருந்ததிலும் பார்க்க 12 kg 800 g ஆல் அதிகரித்தது எனின், அன்று அவரது திணிவைக் காண்க.

11. (a) எண்கோட்டைப் பயன்படுத்தி நிறைவெண் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

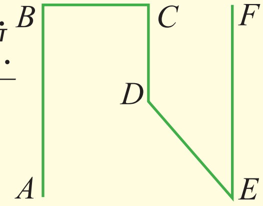
(i) $(-6)+(-4)$ (ii) $(-5)+(+5)$ (iii) $(+8)+(-9)$

(b) சுருக்குக.

(i) $(+4)+(-10)$ (ii) $(-9)+(+5)$ (iii) $(-8)+(-5)$

(iv) $(+\frac{1}{4})+(+\frac{1}{4})$ (v) $(-\frac{2}{7})+(-\frac{3}{7})$ (vi) $(-1.76)+(+0.36)$

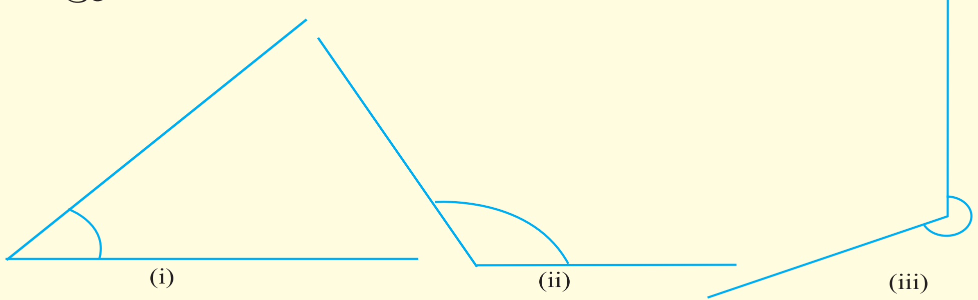
12. A இலிருந்து F இற்கான பயணத்தை ஆரம்பிக்கும் ஒருவர் திரும்பும் இடங்களைக் கருத்திற்கொண்டு தரப்பட்ட அட்டவணையை நிரப்புக.



(a)

	பயணப் பாதைகள்	இரண்டு பாதைகளுக்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தை பெயரிடுக.	அக்கோணத்தின் புயங்கள், உச்சி என்பவற்றை எழுதுக.	பாதைகள் இரண்டுக்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தின் வகை
(i)	*A* இருந்து *B* யின் ஊடாக *C* வரை	....	....	....
(ii)	*B* இருந்து *C* யின் ஊடாக *D* வரை	....	....	....
(iii)	*C* இருந்து *D* யின் ஊடாக *E* வரை	....	....	....
(iv)	*D* இருந்து *E* யின் ஊடாக *F* வரை	....	....	....

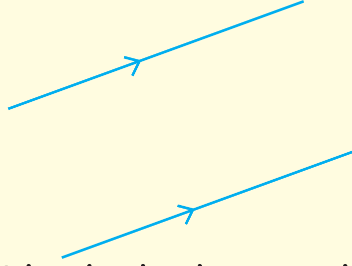
(b) தரப்பட்ட ஒவ்வொரு கோணத்தின் பருமனையும் பாகைமானியால் அளந்து எழுதுக.



(c) பாகைமானியையும் நேர் விளிம்பையும் உபயோகித்து பின்வரும் கோணங்களை வரைக.

(i) $A\hat{B}C = 65^{\circ}$ (ii) $P\hat{Q}R = 130^{\circ}$ (iii) $M\hat{N}R = 145^{\circ}$

13. (i) தரப்பட்ட சமாந்தரக் கோட்டுச் சோடிக்கிடையிலான இடைத்தூரத்தைக் காண்க.

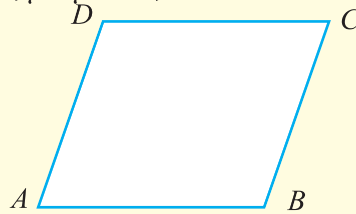


(ii) (a) நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஒன்றை வரைந்து XY எனக் குறிக்க.

(b) அந்நேர்கோட்டுத் துண்டத்துக்கு 4.8 cm தூரத்தில் அமைந்த புள்ளி A ஐக் குறிக்க.

(c) புள்ளி A யின் ஊடாகச் செல்லும் XY க்குச் சமாந்தரக் கோட்டை வரைக.

(iii) $ABCD$ என்ற இணைகரத்தை வரைக.



(a) B, D இனூடாக AC க்குச் சமாந்தரக் கோட்டை வரைக.

14. (i) சதுர்ஷன் 2002 - 11 - 25 ம் திகதி பிறந்தான். 2016 - 08 - 20 அன்று அவனது வயதை ஆண்டு, மாதம், நாட்கள் என்பவற்றில் தருக.

(ii) 2015 - 01 - 01 தினத்தன்று 12 : 35 இல் இருந்து 2015 - 02 - 05 தினம் 19 : 20 வரை உள்ள காலத்தை நாள், மணித்தியாலம், நிமிடம் என்பவற்றில் தருக.



பின்னங்கள் I

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- கலப்பு எண்கள், முறைமையில்லாப் பின்னங்கள் என்பவற்றை அறிந்து கொள்ளவும்
- கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றவும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களைக் கலப்பு எண்களாக மாற்றவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

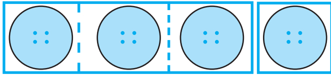
10.1 பின்னங்கள்

தரப்பட்டுள்ள உருவினால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பளவை ஓர் அலகாகக் கருதுவோம்.



இந்த உருவம் சமனான 5 பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு அவற்றில் இரண்டு பகுதிகள் நிழற்றப்பட்டுள்ளன. இந்நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதி முழு உருவின் $\frac{2}{5}$ என நாம் கற்றுள்ளோம்.

இவ்வாறே தரப்பட்டுள்ள உருவில் 4 பொத்தான்களை (Button) ஓர் அலகாகக் கருதினால் அவற்றில் 3 பொத்தான்களை தெரிந்தால் அது $\frac{3}{4}$ என நாம் அறிவோம்.



வகுப்பொன்றில் உள்ள 25 மாணவர்களில் 13 பேர் பெண் பிள்ளைகள் ஆவர். வகுப்பில் உள்ள பெண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை மொத்த மாணவர்களின் பின்னமாக $\frac{13}{25}$ என எழுதப்படும். இங்கே வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 25 ஓர் அலகாகக் கணிக்கப்பட்டது.

இவ்வாறு ஒரு பின்ன எண்ணை எழுதும்போது கோட்டின் கீழே உள்ள எண் **பகுதியும்** கோட்டின் மேலே உள்ள எண் **தொகுதியும்** ஆகும்.

$$\frac{3}{4}$$

3 ← தொகுதி

4 ← பகுதி

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}$ போன்ற 1 இலும் சிறிய 0 இலும் பெரிய எண்களின் பகுதியிலும் தொகுதி சிறியதாகவுள்ள பின்னங்கள் **முறைமைப் பின்னங்கள்** எனப்படும்.

முறைமைப் பின்னங்களின் தொகுதி 1 ஆகவுள்ள பின்னங்கள் **அலகுப் பின்னங்களாகும்**. முறைமைப் பின்னங்களுள் தொகுதியாக 1 ஐக் கொண்ட $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ போன்ற பின்னங்கள் அலகுப் பின்னங்கள் ஆகும். எந்தவொரு பின்னத்தையும் அலகுப் பின்னமொன்றின் தொடர்பில் காட்டலாம்.

$\frac{2}{3}$ என்பது $\frac{1}{3}$ கள் இரண்டாகும்.

$\frac{5}{17}$ என்பது $\frac{1}{17}$ கள் ஐந்தாகும்.

அடுத்து சமவலுப் பின்னங்கள் பற்றிய அறிவை மீட்போம்.

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{3}{6}$

இம்மூன்று உருக்களையும் அவதானிப்போம். அவற்றில் நிழற்றிய பகுதிகள் சமனானவை. எனவே $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ என்னும் பின்னங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனானவை.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

வேறுபட்ட பகுதியெண்களையும் வேறுபட்ட தொகுதியெண்களையும் கொண்டபோதும் கூட, ஒரே அளவினைக் காட்டும் இவ்வகையான பின்னங்கள் **சமவலுப் பின்னங்கள்** எனக் கற்றோம்.

ஓரெண்ணின் தொகுதியெண், பகுதியெண் இரண்டையும் பூச்சியமல்லாத முழு எண் ஒன்றினால் பெருக்குவதன் மூலம் அல்லது வகுப்பதன் மூலம் தரப்பட்ட எண்ணுக்குரிய **சமவலுப் பின்னங்கள்** பெறப்படும்.

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$ (பகுதியையும் தொகுதியையும் 2 ஆல் பெருக்குதல்)

$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ (பகுதியையும் தொகுதியையும் 3 ஆல் பெருக்குதல்)

$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 3}{24 \div 3} = \frac{6}{8}$ (பகுதியையும் தொகுதியையும் 3 ஆல் வகுத்தல்)

பின்னங்கள் பற்றிய அறிவை மீட்பதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களிலிருந்து அலகுப் பின்னங்களைத் தெரிவுசெய்க.

$\frac{2}{3}, \frac{1}{7}, \frac{4}{15}, \frac{1}{3}, \frac{1}{100}$

2. அடைப்பினுள் தரப்பட்ட எண்களிலிருந்து பொருத்தமான பெறுமானத்தைத் தெரிந்து கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) $\frac{3}{5}$ என்பது $\frac{1}{5}$ கள் .... ஆகும். (1, 2, 3)

(ii) $\frac{2}{7}$ என்பது .... கள் 2 ஆகும். ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$)

(iii) $\frac{1}{6}$ கள் 5 .... ஆகும். ($\frac{5}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$)

(iv) $\frac{\boxed{...}}{12}$ என்பது $\frac{2}{3}$க்கு ஒத்த சமவலுப் பின்னமாகும். (2 , 4, 8)

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் இரண்டு சமவலுப் பின்னங்கள் வீதம் எழுதுக.

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{6}{8}$ (iv) $\frac{36}{48}$

4. $\frac{18}{30}, \frac{16}{24}, \frac{10}{35}$ என்னும் ஒவ்வொரு பின்னத்துக்கும் பகுதியெண் மிகச் சிறியதான சமவலுப் பின்னத்தை எழுதுக.

5. $\frac{4}{7}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{7}$ ஆகிய பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

6. $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ ஆகிய பின்னங்களை இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

7. முழுப் புள்ளிகள் 25 வழங்கப்பட்ட கணிப்பீடு ஒன்றுக்கு பசீனா 21 புள்ளிகளைப் பெற்றாள். அவள் பெற்ற புள்ளிகளை முழுப் புள்ளிகளின் பின்னமாகத் தருக.

8. வியாபாரி ஒருவர் கொள்வனவு செய்த 50 மாங்காய்களில் 8 பழுதடைந்திருந்தன.
(i) பழுதடைந்த மாங்காய்களின் எண்ணிக்கையை முழுவதின் பின்னமாகத் தருக.
(ii) நல்ல மாங்காய்களின் எண்ணிக்கையை முழுவதின் பின்னமாகத் தருக.

10.2 கலப்பு எண்களும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களும்



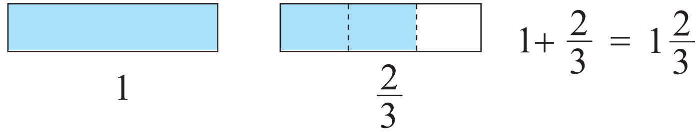
1 $\qquad$ $\frac{1}{2}$

ஒரு கேக்கும் அவ்வாறான ஒரு கேக்கின் அரைப்பங்கும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன. முழுமையான கேக்கை ஒரு அலகாகக் கொள்ளும்போது மற்றைய பகுதி அவ்வாறான ஒரு கேக்கின் $\frac{1}{2}$ எனக் குறிப்பிடப்படும். எனவே உருவில் உள்ள மொத்தக் கேக்கின் அளவு $1+\frac{1}{2}$ ஆகும். இது $1\frac{1}{2}$ என எழுதப்படும். இது **ஒன்றுடன் இரண்டில் ஒன்று** என வாசிக்கப்படும்.

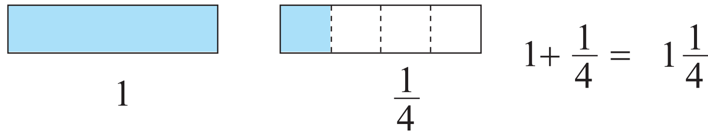
முழு எண்ணும் பின்னமும் சேர்ந்த எண் **கலப்பெண்ணாகும்.** கலப்பெண்ணில் உள்ள முழுவெண், **முழுவெண்** பகுதி என்றும் முறைமைப் பின்னப் பகுதி **பின்னப் பகுதி** எனவும் கொள்ளப்படும்.

$1\frac{1}{2}$, $1\frac{7}{8}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{3}$ என்பன கலப்பெண்களுக்குச் சில உதாரணங்கள் ஆகும். $2\frac{2}{5}$ என்னும் கலப்பெண்ணில் 2 முழுவெண் ஆவதோடு $\frac{2}{5}$ பின்னப் பகுதி ஆகின்றது.

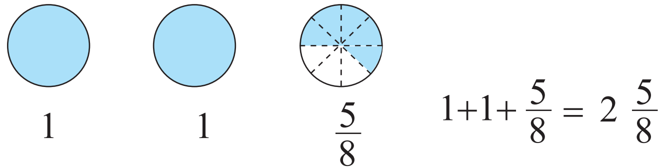
இவ்வாறு கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவங்களால் குறிப்பிடப்படும் கலப்பு எண்களை எழுதுவோம்.



$1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$

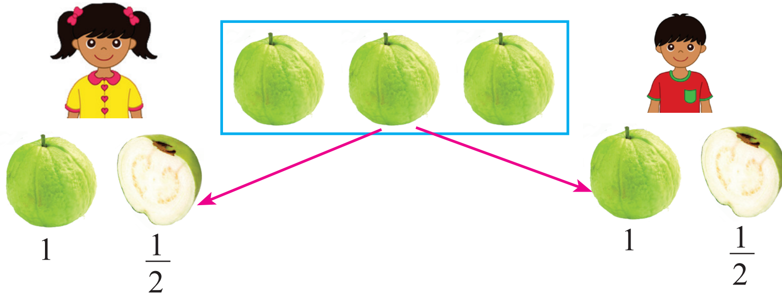


$1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$



$1 + 1 + \frac{5}{8} = 2\frac{5}{8}$

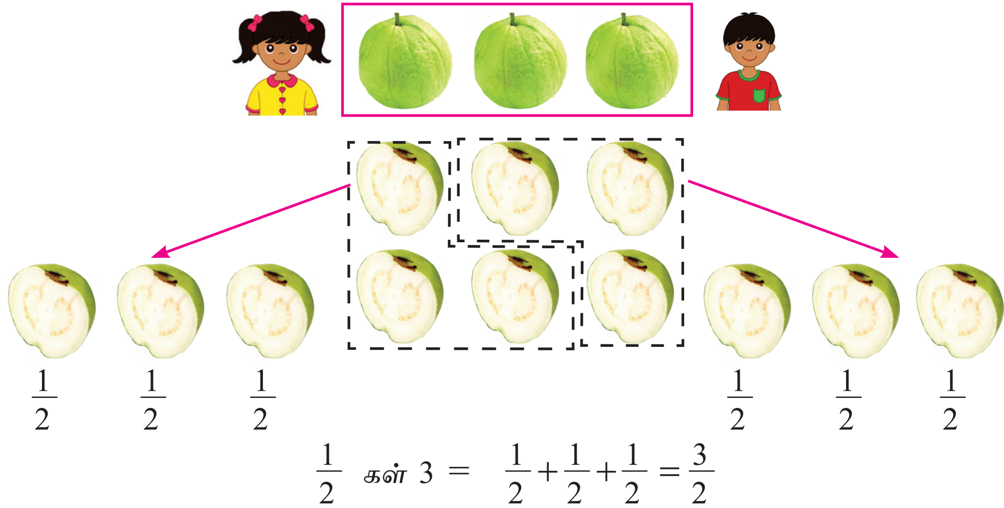
மூன்று கொய்யாப் பழங்களை இருவருக்கிடையே சமனான பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் ஒரு முறை பற்றி ஆராய்வோம்.



இங்கே ஒருவருக்கு 1 முழுக் கொய்யாப் பழமும் மேலும் $\frac{1}{2}$ கொய்யாப் பழமும் கிடைத்தது.

அதாவது ஒருவருக்குக் கிடைத்தது $= 1 + \frac{1}{2}$ அது முழு அளவின் $1\frac{1}{2}$ பகுதியாகும்.

அதே கொய்யாப் பழங்களை இருவரும் பிரித்துக் கொண்ட வேறொரு முறை பற்றி ஆராய்வோம்.



$$\frac{1}{2} \text{ கள் } 3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

இதன்படி ஒருவருக்கு கொய்யாப் பழத்தின் $\frac{1}{2}$ பங்குகள் 3 வீதம் அதாவது கொய்யாப்பழத்தின் $\frac{3}{2}$ பங்கு கிடைக்கும். இப்பின்னத்தின் தொகுதி எண், பகுதியெண்ணை விடப் பெரிது. இதன்படி பின்னமொன்றின் தொகுதியெண் பகுதியெண்ணுக்குச் சமனாக அல்லது பெரிதாக இருப்பின் அது **முறைமையில்லாப் பின்னம்** எனப்படும்.

மேலே இரண்டு முறைகளிலும் பெற்ற முடிவுகளில் இருந்து $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ஆகும்.

மூன்று கொய்யப் பழங்கள் இருவருக்கிடையில் சமனாகப் பங்கிட்டபோது ஒருவர் பெற்ற கொய்யாப்பழத்தின் அளவு $\frac{3}{2}$ என அறிவோம். எனவே $\frac{3}{2}$ எனக் குறிப்பது $3 \div 2$ என்னும் பெறுமானம் ஆகும். இவ்விதமாக எந்தவொரு பின்னமும் தொகுதி எண்ணைப் பகுதி எண்ணால் வகுப்பதைக் குறிக்கும்.

உதாரணம்: $\frac{2}{5} = 2 \div 5$ $\frac{11}{3} = 11 \div 3$

$\frac{5}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{11}{4}$ என்பன முறைமையில்லாப் பின்னங்களுக்கு உதாரணங்கள் ஆகும்.

1, 2, 3 என்னும் முழு எண்கள் முறையே $\frac{2}{2}, \frac{6}{3}, \frac{15}{5}$ எனக் குறித்தால் அப்பின்னங்கள் முறைமையில்லாப் பின்னங்கள் ஆகின்றன.

எனவே, தொகுதியெண், பகுதியெண் சமனான பின்னங்களும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களாகின்றன.

10.3 கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாகக் காட்டுதல்

உருவில் நிழற்றிய பகுதியை இரண்டு முறைகளில் காண்போம்.

முறை I

1 $\quad \frac{2}{3}$

$1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$

முறை II

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

நிழற்றிய பகுதிகள் $\frac{1}{3}$ கள் 5 ஆகும்.

ஒன்று என்பது $\frac{1}{3}$ கள் 3 ஆகும். $\frac{1}{3}$ கள் $5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

மேற்குறிப்பிட்டுள்ளபடி $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப $1\frac{2}{3}$ என்னும் கலப்பு எண்ணானது $\frac{5}{3}$ என்னும் முறைமையில்லாப் பின்னத்துக்குச் சமம் ஆகும். $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ஆகும்.

$1\frac{3}{5}$ என்னும் கலப்பெண்ணை நோக்குவோம்.

$$1\frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5}$$
$$= \frac{5}{5} + \frac{3}{5}$$
$$= \frac{8}{5}$$

உதாரணம் 1

$2\frac{3}{4}$ ஐ முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருக.

$$2\frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4}$$
$$= \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4}$$
$$= \frac{4+4+3}{4}$$
$$= \frac{11}{4}$$

உதாரணம் 2

$3\frac{1}{2}$ ஐ முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருக.

$$3\frac{1}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$
$$= \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$
$$= \frac{2+2+2+1}{4}$$
$$= \frac{7}{2}$$

கலப்பு எண்களை, முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றும் மேலுமொரு முறையை ஆராய்வோம்.

இதற்கும் கலப்பு எண் $1\frac{3}{5}$ ஐக் கருதுவோம்.

$$1 + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5}$$
$$= \frac{5+3}{5}$$
$$= \frac{(1 \times 5) + 3}{5} = \frac{8}{5}$$

- கலப்பு எண்ணிலுள்ள முழு எண்ணை பின்னத்தின் பகுதியெண்ணினால் பெருக்கி, பின்னத்தின் தொகுதியெண்ணுடன் கூட்டல்
- அக்கலப்பு எண்ணுக்குச் சமனான முறைமையில்லாப் பின்னத்தின் தொகுதி பெறப்படும்.
- இதன் பகுதி, கலப்பு எண்ணிலுள்ள பின்னத்தின் பகுதியே ஆகும்.

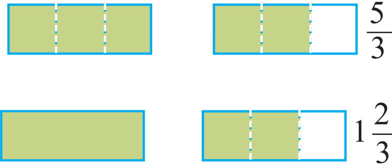
$$2\frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{8 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$3\frac{1}{2} = \frac{(3 \times 2) + 1}{2} = \frac{6 + 1}{2} = \frac{7}{2}$$

இச்செயற்பாட்டை மனக்கணிதமாகக் கணிக்கலாம். $7\frac{3}{8} = \frac{59}{8}$

10.4 முறைமையில்லாப் பின்னங்களைக் கலப்பு எண்களாக எழுதுதல்

$\frac{5}{3}$ என்ற முறைமையில்லாப் பின்னத்தைக் கருதுவோம்.



முறை I

$$= \frac{3 + 2}{3}$$

$$= \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

$$= 1 + \frac{2}{3}$$

$$= 1\frac{2}{3}$$

முறை II

$\frac{5}{3} = 5 \div 3$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 3 & 5 \\ & 3 \\ & 2 \end{array}$$

$5 \div 3$ இன் ஈவு 1 உம் மீதி 2 உம் ஆகும். ஈவு கலப்பெண்ணின் முழுவெண் பகுதியாகும் மீதியை முறைமைப் பின்னத்தின் தொகுதி எண்ணாக எழுதுவோம். பகுதியெண் இரு பின்னங்களினதும் பகுதியெண்ணாகவே இருக்கும்.

$$\therefore \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

உதாரணம் 1

$\frac{17}{10}$ கலப்பு எண்ணாகத் தருக.

முறை I

$$\frac{17}{10} = \frac{10+7}{10}$$
$$= \frac{10}{10} + \frac{7}{10}$$
$$= 1\frac{7}{10}$$

முறை II

$$\frac{17}{10} = 17 \div 10$$
$$= 1 + \frac{7}{10}$$
$$= 1\frac{7}{10}$$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 10 & 17 \\ & 10 \\ \hline & 7 \end{array}$$

உதாரணம் 2

$\frac{17}{4}$ கலப்பு எண்ணாகத் தருக.

முறை I

$$\frac{17}{4} = \frac{4+4+4+4+1}{4}$$
$$= \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$$
$$= 1+1+1+1+\frac{1}{4}$$
$$\frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

முறை II

$$\frac{17}{4} = 17 \div 4$$
$$= 4 + \frac{1}{4}$$
$$= 4\frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ 4 & 17 \\ & 16 \\ \hline & 1 \end{array}$$

பயிற்சி 10.1

1. பின்வரும் பின்னங்களில் முறைமையில்லாப் பின்னங்களை வேறுபடுத்தி எழுதுக.

$\frac{8}{6}, \frac{49}{50}, \frac{31}{30}, \frac{19}{3}, \frac{3}{4}$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) $1\frac{1}{4}$ (ii) $2\frac{3}{5}$ (iii) $3\frac{1}{3}$ (iv) $7\frac{5}{8}$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள முறையில்லாப் பின்னங்களை கலப்பு எண்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{14}{3}$ (ii) $\frac{13}{5}$ (iii) $\frac{27}{3}$ (iv) $\frac{94}{9}$

4. 5 மாணவர்கள் 23 நெல்லிக் கனிகளை சமனாகப் பங்கிட்டுக் கொண்டனர். ஒருவர் பெற்ற நெல்லிக் கனிகளின் எண்ணிக்கையை கலப்பு எண்ணாகவும் முறையில்லாப் பின்னமாகவும் தருக.

10.5 பின்னங்களை ஒப்பிடல்

• தொகுதியெண் சமனாகவுள்ள பின்னங்களை ஒப்பிடல்

தொகுதி எண்கள் சமனாகவுள்ளபோது பகுதியெண்ணில் சிறிய பகுதியெண்ணைக் கொண்ட பின்னம் பெரிய பின்னமாகும்.
$\frac{4}{5}$, $\frac{4}{7}$ போன்ற தொகுதி சமனான பின்னங்களின் பகுதி சிறியதாகவுள்ள பின்னம் பெரிது எனக் கற்றுள்ளீர்கள். இதற்கேற்ப $\frac{4}{5}$ பெரியதாகும் அதாவது $\frac{4}{5} > \frac{4}{7}$ ஆகும்.

மேலும் $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{8}$ ஆகிய பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கு செய்யும்போது $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{7}$ ஆகும். அதாவது $\frac{5}{9} < \frac{5}{8} < \frac{5}{7}$ ஆகும்.

• பகுதியெண்கள் சமனாகவுள்ள பின்னங்களை ஒப்பிடல்

பகுதியெண் சமனாகவுள்ள பின்னங்களில் தொகுதி பெரிதாகவுள்ள பின்னம் பெரிய பின்னமாகும். $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ போன்ற பகுதி சமனான பின்னங்களில் தொகுதி பெரியதாக உள்ள பின்னம் பெரிதானது எனக் கற்றுள்ளீர்கள்.

இதற்கேற்ப $\frac{3}{5}$ பெரிதானதாகும் அதாவது $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$ ஆகும்.

மேலும், $\frac{9}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{15}{11}$ ஆகிய பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கு செய்யும்போது $\frac{2}{11}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{15}{11}$ ஆகும். அதாவது $\frac{2}{11} < \frac{9}{11} < \frac{15}{11}$ ஆகும்.



- **பின்னங்களை ஒப்பிடல் மேலும்**

தொகுதியோ பகுதியோ சமனாகாத பின்னங்களை ஒப்பிடும்போது சமவலுப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தி பகுதிகளைச் சமப்படுத்திப் பெரிய பின்னத்தை அறிந்துகொள்ளும் விதத்தை நோக்குவோம்.

- $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$ ஆகிய பின்னங்களை ஒப்பிடுவோம்.

$\frac{5}{3}$ இன் பகுதியெண் 6 ஆகவுடைய சமவலுப் பின்னத்தைக் காண்போம்.

$\frac{5}{3}$ இன் பகுதியையும் தொகுதியையும் 2 ஆல் பெருக்குவோம்.

$$\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$$

$\frac{10}{6} > \frac{7}{6}$.

$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ ஆனால் $\frac{5}{3} > \frac{7}{6}$

$\therefore$ $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$ ஆகிய பின்னங்களில் பெரிய பின்னம் $\frac{5}{3}$ ஆகும்.

- $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$ ஆகிய பின்னங்களை ஒப்பிடுவோம்.

$\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$ என்னும் பின்னங்களின் பகுதியெண்களுக்கு இடையில் உள்ள தொடர்பு தெளிவாகத் தெரியவில்லை. அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் பகுதியெண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண வேண்டும். இங்கே 12, 8 என்னும் எண்களின் பொ.ம.சி. ஐக் காண வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12,\ 8 \\ \hline 2 & 6,\ 4 \\ \hline & 3,\ 2 \end{array}$$

12, 18 இன் பொ.ம.சி. $= 2 \times 2 \times 3 \times 2$
$= 24$

$$\frac{7 \times 2}{12 \times 2} = \frac{14}{24}$$

$$\frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$$

$\frac{15}{24} > \frac{14}{24}$ என்பதால் $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$.

உதாரணம் 1

$\frac{17}{12}$, $\frac{9}{5}$ ஆகிய பின்னங்களை ஒப்பிடுக.

12, 5 என்பவற்றின் பொதுக் காரணி 1 ஆகும்.
$\therefore$ 12, 5 இன் பொ.ம.சி. $= 12 \times 5 = 60$

$$\frac{17}{12} = \frac{17 \times 5}{12 \times 5} = \frac{85}{60}$$

$$\frac{9}{5} = \frac{9 \times 12}{5 \times 12} = \frac{108}{60}$$

$\frac{108}{60} > \frac{85}{60}$ என்பதால் $\frac{9}{5} > \frac{17}{12}$

பகுதியெண் சமனான இரு பின்னங்களில் முறைமைப் பின்னம் முறைமையில்லாப் பின்னத்திலும் சிறியது.

10.6 கலப்பு எண்களை ஒப்பிடுதல்

- **முழு எண்கள் சமனல்லாத கலப்பெண்கள்**

$1\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{5}$ ஆகிய கலப்பு எண்களில் பெரிய எண்ணைத் தெரிவு செய்வோம்.

- முதலில் முழுவெண்களை அவதானிப்பதன் மூலம் ஆராய்வோம்.
- முழுவெண்கள் சமனற்றவை ஆயின் அவற்றில் பெரிய எண்ணைக் கொண்ட கலப்பெண், பெரிய கலப்பெண்ணாகும்.

இதற்கேற்ப $1\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{5}$ என்பவற்றில் முழு எண்களைக் கருதும்போது 1, 3 ஆகிய எண்களில் 3 ஆனது 1 இலும் பெரிதாகும்.

ஆகவே $3 > 1$ ஆகும்.

எனவே $3\frac{2}{5}$ பெரியதாகும்.

$$3\frac{2}{5} > 1\frac{1}{2}$$

- **முழு எண்கள் சமனாக உள்ள எண்களை ஒப்பிடல்**

$3\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{2}$ ஆகிய எண்களில் பெரிய எண்ணைத் தெரிக.

முறை I

- இங்கு இரு எண்களிலும் முழுவெண் பகுதிகள் சமனானவை ஆகும்.
- ஆகவே இவற்றின் பின்னப்பகுதியை ஒப்பிடுவோம்.

இதற்கேற்ப $3\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{2}$ ஆகிய கலப்பு எண்களில் $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ ஆகியவற்றில் பெரிய பின்னத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

$\frac{5}{10} > \frac{4}{10}$ என்பதால் $\frac{1}{2} > \frac{2}{5}$.

எனவே, $3\frac{1}{2} > 3\frac{2}{5}$.

முறை II

- கலப்பு எண்களை முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றுவோம்.
- முறைமையில்லாப் பின்னங்களுள் பெரியதுக்குரிய கலப்பெண்ணைத் தெரிவுசெய்ய வேண்டும்.

$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

$$3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

- தற்போது $\frac{17}{5}$, $\frac{7}{2}$ இன் சமபகுதியொன்றையுடைய சமவலுப் பின்னத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{17}{5} = \frac{17 \times 2}{5 \times 2} = \frac{34}{10}$$

$$\frac{7}{2} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} = \frac{35}{10}$$

$\frac{35}{10} > \frac{34}{10}$ என்பதால், $\frac{7}{2} > \frac{17}{5}$.

எனவே $3\frac{1}{2} > 3\frac{2}{5}$.

பயிற்சி 10.2

1. கீழே ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களில் பெரிய பின்னத்தைத் தெரிந்து எழுதுக.

(i) $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{13}{7}, \frac{15}{7}$ (iii) $\frac{5}{11}, \frac{8}{11}, \frac{12}{11}$ (iv) $\frac{11}{3}, \frac{11}{7}, \frac{11}{5}$

(v) $\frac{7}{10}, \frac{4}{5}$ (vi) $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}$ (vii) $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ (viii) $\frac{15}{8}, \frac{7}{3}$

2. கீழே ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் தரப்பட்டுள்ள கலப்பெண் சோடியில் பெரிய எண்ணைத் தெரிந்து எழுதுக.

(i) $3\frac{1}{4}, 7\frac{2}{3}$ (ii) $6\frac{2}{5}, 4\frac{1}{2}$ (iii) $5\frac{3}{8}, 5\frac{7}{8}$ (iv) $2\frac{4}{5}, 2\frac{4}{7}$

(v) $6\frac{1}{4}, 6\frac{3}{8}$ (vi) $1\frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}$ (vii) $7\frac{5}{6}, 7\frac{4}{5}$ (viii) $6\frac{3}{7}, 6\frac{1}{5}$

3. $<$, $>$, $=$ ஆகிய குறியீடுகளை பொருத்தமான வகையில் கீறிட்ட இடங்களில் இடுக.

(i) $\frac{3}{7}$ .... $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{17}{9}$ ..... $\frac{15}{9}$ (iii) $\frac{25}{8}$ .... $\frac{13}{4}$ (iv) $\frac{4}{5}$ .... $\frac{2}{3}$

(v) $2\frac{1}{6}$ ..... $5\frac{1}{3}$ (vi) $7\frac{1}{2}$ ..... $3\frac{4}{5}$ (vii) $2\frac{1}{5}$ ..... $2\frac{2}{10}$

(viii) $4\frac{2}{3}$ ..... $4\frac{1}{2}$ (ix) $7\frac{3}{8}$ ..... $7\frac{1}{3}$



4. ஒருவர் 10 ஏக்கர் நிலத்தை தனது 3 மகன்மாருக்குச் சமனாகப் பங்கிடுகின்றார். இன்னுமொரு 15 ஏக்கர் நிலத்தைத் தனது 4 மகள்மாருக்குச் சமனாகப் பங்கிடுகின்றார். ஒரு மகன் பெற்ற காணியின் அளவா அல்லது மகள் பெற்ற காணியின் அளவா பெரியது.

5. A, B, C எனப்படும் மூன்று தொழிலாளர்கள் வாய்காலொன்றை ஒரு நாளில் வெட்டுகின்றனர். அவர்கள் மூவரும் வெட்டிய வாய்க்கால் களின் ஆழம் முறையே $1\frac{1}{4}$ m, $2\frac{3}{4}$ m, 2 m ஆகும். மிகக் குறைந்த ஆழத்தில் வாய்க்காலை வெட்டியவர் யார் விடையை விளக்குக.

பொழிப்பு

- தொகுதி, பகுதிக்குச் சமனாக அல்லது பெரிதாக அமையும் பின்னங்கள் முறைமையில்லாப் பின்னங்கள் ஆகும்.
- முழுவெண் பகுதியையும் பின்னப் பகுதியையும் கொண்ட எண்கள் கலப்பெண்கள் ஆகும்.
- கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றி ஒப்பிடலாம்.

பின்னங்கள் II

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- *பின்னங்களைக் கூட்டவும் கழிக்கவும்*

தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

10.7 பின்னங்களைக் கூட்டல்

• பகுதிகள் சமனாகும் பின்னங்களைக் கூட்டல்

பகுதிகள் சமனான முறைமைப் பின்னங்களையும் பகுதிகள் சமனற்ற சில முறைமைப் பின்னங்களையும் கூட்டும் முறையைத் தரம் 6 இல் கற்றுள் ளீர்கள் பகுதிகள் சமனாகும்போது கூட்டும் முறையை நினைவுகூர்வோம்.

$$\frac{2}{8} + \frac{9}{8} = \frac{2+9}{8} = \frac{11}{8}$$

பகுதிகள் சமனான பின்னங்களைக் கூட்டும்போது, விடையும் அதே பகுதியெண்ணைக் கொண்டதாக இருக்கும். அப்பின்னங்களின் தொகுதியெண்கள் மட்டும் கூட்டப்பட்டு விடைக்கான தொகுதியெண் பெறப்படும்.

மேலே பெற்ற விடையான $\frac{11}{8}$ என்பதை கலப்பெண்ணாக மாற்றும்போது $1\frac{3}{8}$ ஆகும்.

• சமனற்ற பகுதிகளைக் கொண்ட பின்னங்களைக் கூட்டல்

பகுதியெண் சமனற்ற பின்னங்களைக் கூட்டும்போது தரப்பட்ட பின்னங்களைச் சமனான பகுதிகளைக் கொண்ட சமவலுப் பின்னங்களாக ஒழுங்கமைத்த பின் கூட்டல் வேண்டும.

தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களில் பகுதியில் உள்ள எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் கண்டு அவற்றின் சமவலுப் பின்னத்தை எழுதுவதன் மூலம் அவற்றைக் கூட்டலாம்.



பெறுமானம் காண்க. $\frac{7}{10} + \frac{7}{15}$

$\frac{7}{10}$, $\frac{7}{15}$ என்னும் பின்னங்களில் பகுதிகள் சமனற்றவை ஆகும். இவற்றின் பகுதியெண்களை சமப்படுத்துவதற்கு அவற்றின் பகுதியெண்களான 10, 15 இன் பொ.ம.சி. ஐக் காணவேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 10,\ 15 \\ \hline & 2,\ \ 3 \end{array}$$

10, 15 இன்

பொ.ம.சி. $= 5 \times 2 \times 3$

$= 30$

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \times 3}{10 \times 3} = \frac{21}{30}$$

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{14}{30}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{7}{15} = \frac{21}{30} + \frac{14}{30} = \frac{35}{30} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க $\frac{3}{2} + \frac{3}{8}$

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{3 \times 4}{2 \times 4} + \frac{3}{8}$$
$$= \frac{12}{8} + \frac{3}{8}$$
$$= \frac{12 + 3}{8}$$
$$= \frac{15}{8}$$
$$= 1\frac{7}{8}$$

உதாரணம் 2

பெறுமானம் காண்க $\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

4, 5 என்பவற்றின் பொ.ம.சி 20 ஆகும்

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$$
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$$
$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20}$$
$$= \frac{13}{20}$$

உதாரணம் 3

பெறுமானம் காண்க. $\frac{17}{12} + \frac{9}{8}$

12, 8 ஆகிய எண்களின் பொ.ம.சி. 24 ஆகும்.

$$\frac{17}{12} + \frac{9}{8} = \frac{34}{24} + \frac{27}{24}$$

$$= \frac{61}{24}$$

$$= 2\frac{13}{24}$$

உதாரணம் 4

$\frac{5}{3} + \frac{3}{8} + \frac{7}{4}$ பெறுமானம் காண்க.

3, 8, 4 ஆகிய எண்களின் பொ.ம.சி. 24 ஆகும்.

$$\frac{5}{3} + \frac{3}{8} + \frac{7}{4} = \frac{40}{24} + \frac{9}{24} + \frac{42}{24}$$

$$= \frac{91}{24}$$

$$= 3\frac{19}{24}$$

- பின்னங்களைக் கூட்டும்போது மனதில் கணித்தும் சுருக்கமாக விடையைப் பெறலாம்.
- விடைகளைச் சுருக்கிய பின் அது முறைமையில்லாப் பின்னமாக இருப்பின் அதனைக் கலப்பெண்ணாக எழுத வேண்டும்.

பயிற்சி 10.3

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $\frac{2}{9} + \frac{7}{9} + \frac{5}{9}$ (ii) $\frac{13}{11} + \frac{4}{11}$ (iii) $\frac{7}{6} + \frac{13}{12}$ (iv) $\frac{2}{7} + \frac{3}{5}$

(v) $\frac{13}{4} + \frac{2}{5}$ (vi) $\frac{12}{5} + \frac{1}{3} + \frac{2}{15}$ (vii) $\frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{4}{3}$

- **கலப்பெண்களைக் கூட்டல்**

$1\frac{2}{5}$, $1\frac{1}{5}$ ஆகிய கலப்பு எண்களைக் கூட்டும் முறையை ஆராய்வோம். அது $1\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5}$ என எழுதப்படும்.

முறை I

முழுவெண்களையும் பின்னப் பகுதிகளையும் தனித்தனியாகக் கூட்டலாம்.

$$1\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5} = 1 + 1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$$
$$= 2 + \frac{2+1}{5}$$
$$= 2 + \frac{3}{5}$$
$$= 2\frac{3}{5}$$

முறை II

கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னமாக மாற்றிக் கூட்டலாம்.

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}, \quad 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$1\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5} = \frac{7}{5} + \frac{6}{5}$$
$$= \frac{7+6}{5}$$
$$= \frac{13}{5}$$
$$= 2\frac{3}{5}$$

இச்சந்தர்ப்பத்தில் **முறை I** இலகுவானதென்பதைக் காண்பீர்கள்.

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க. $2\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

$$2\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = 2 + \frac{3}{7} + \frac{2}{7}$$
$$= 2 + \frac{5}{7}$$
$$= 2\frac{5}{7}$$

உதாரணம் 2

பெறுமானம் காண்க. $1\frac{1}{3} + 2\frac{5}{12}$

$$1\frac{1}{3} + 2\frac{5}{12} = (1+2) + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right)$$
$$= 3 + \left(\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5}{12}\right)$$
$$= 3 + \left(\frac{4}{12} + \frac{5}{12}\right)$$
$$= 3 + \frac{9}{12}$$
$$= 3\frac{3}{4}$$

உதாரணம் 3

பெறுமானம் காண்க. $2\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

$$2\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = 2 + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$$
$$= 2 + \left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12}\right)$$
$$= 2 + \left(\frac{8+3}{12}\right)$$
$$= 2 + \frac{11}{12}$$
$$= 2\frac{11}{12}$$

உதாரணம் 4

பெறுமானம் காண்க. $2\frac{1}{5} + 4\frac{2}{3}$

$$2\frac{1}{5} + 4\frac{2}{3} = (2+4) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3}\right)$$
$$= 6 + \left(\frac{3}{15} + \frac{10}{15}\right)$$
$$= 6 + \left(\frac{3+10}{15}\right)$$
$$= 6 + \frac{13}{15}$$
$$= 6\frac{13}{15}$$

உதாரணம் 5

பெறுமானம் காண்க. $1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{5} + \frac{5}{6}$

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{5} + \frac{5}{6} = (1+2) + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{5}{6}\right)$$
$$= 3 + \left(\frac{20}{30} + \frac{18}{30} + \frac{25}{30}\right)$$
$$= 3 + \frac{63}{30}$$
$$= 3 + \frac{63 \div 3}{30 \div 3}$$
$$= 3 + \frac{21}{10}$$
$$= 3 + 2\frac{1}{10}$$
$$= 5\frac{1}{10}$$

பயிற்சி 10.4

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $3\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ (ii) $2\frac{4}{10} + 3\frac{3}{10}$ (iii) $1\frac{1}{9} + 2\frac{2}{9} + \frac{4}{9}$

(iv) $2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{9}$ (v) $\frac{7}{12} + 2\frac{1}{3}$ (vi) $4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{10}$

(vii) $2\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ (viii) $5\frac{2}{3} + 3\frac{2}{5}$ (ix) $2\frac{2}{7} + 1\frac{3}{4}$

(x) $4\frac{3}{10} + 3\frac{1}{4}$ (xi) $5\frac{2}{5} + 2\frac{3}{7}$ (xii) $2\frac{7}{12} + 3\frac{5}{8}$

(xiii) $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} + 2\frac{5}{6}$ (xiv) $3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

(xv) $3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} + 5\frac{1}{3}$

2. ஆடைகள் தைக்கும் ஒருவர் மேற்சட்டை ஒன்றைத் தைக்க $1\frac{1}{6}$ மீற்றர் துணியும் சட்டை ஒன்றைத் தைக்க $2\frac{3}{8}$ மீற்றர் துணியும் தேவையெனக் கணிக்கின்றார். இவை இரண்டையும் தைக்க ஒரே வகையில் வாங்க வேண்டிய துணியின் மொத்த நீளம் எவ்வளவு?

3. ஒரு விவசாயி $3\frac{1}{2}$ சதுரக் கிலோமீற்றர் நிலப் பரப்பில் நெல்லும் $1\frac{2}{5}$ சதுரக் கிலோமீற்றர் நிலப்பரப்பில் மரக்கறியும் பயிரிட்டுள்ளார். அவர் பயிரிட்டுள்ள மொத்த நிலப்பரப்பின் அளவு யாது?

10.8 பின்னங்களைக் கழித்தல்

பின்னங்களின் கூட்டலைக் கற்றுள்ள நாம் பகுதி சமனாகவுள்ள பின்னங்களைக் கழிக்கும் முறையையும் பகுதி சமனற்ற பின்னங்களைக் கழிக்கும் முறையையும் உதாரணங்கள் மூலம் விளங்கிக் கொள்வோம்.

சமனற்ற பகுதிகளைக் கொண்ட பின்னங்களைச் சுருக்கும்போது சமவலுப் பின்னங்கள் மூலம் பகுதிகள் சமனாகுமாறு ஒழுங்கமைத்து அவற்றைக் கழிக்க வேண்டும்.

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க.

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7-1}{5}$$

$$= \frac{6}{5}$$

$$= 1\frac{1}{5}$$

உதாரணம் 2

பெறுமானம் காண்க.

$$\frac{17}{8} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{17}{8} - \frac{3}{2} = \frac{17}{8} - \frac{12}{8}$$

$$= \frac{17-12}{8}$$

$$= \frac{5}{8}$$

உதாரணம் 3

பெறுமானம் காண்க.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

பயிற்சி 10.5

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானம் காண்க.

(a) $\frac{8}{11} - \frac{7}{11}$ (b) $\frac{13}{12} - \frac{7}{12}$ (c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$ (d) $\frac{19}{11} - \frac{8}{11}$

(e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (f) $\frac{2}{3} - \frac{7}{12}$ (g) $\frac{15}{7} - \frac{11}{14}$ (h) $\frac{13}{10} - \frac{1}{2}$

(i) $\frac{3}{2} - \frac{6}{5}$ (j) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$ (k) $\frac{11}{7} - \frac{4}{5}$ (l) $\frac{9}{8} - \frac{5}{6}$

(m) $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$ (n) $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$



- **கலப்பெண்களைக் கழித்தல்**

அம்மாவிடம் $3\frac{2}{3}$ மீற்றர் துணி இருந்தது. அவர் தன் மகளுக்கு ஆடையொன்றைத் தைப்பதற்காக $1\frac{1}{3}$ மீற்றரை வெட்டியெடுத்தார். தற்போது அம்மாவிடம் மீதியாக உள்ள துணியின் அளவை இவ்வாறு காட்டலாம்.

மீதித் துணியின் அளவு $= 3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$

முறை I

இவ்வாறு இரண்டு கலப்பெண்களைக் கழிக்கும் சந்தர்ப்பங்களில் முன்னர் செய்தவாறே முழுவெண் பகுதியையும் பின்னப் பகுதியையும் வெவ்வேறாகச் சுருக்க முடியும். இனி அதனை ஆராய்வோம்.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = (3-1) + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$= 2 + \frac{2-1}{3}$$

$$= 2 + \frac{1}{3}$$

$$= 2\frac{1}{3}$$

முறை II

இவ்வாறான சுருக்கலில் கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றிப் பெறுமானம் காணமுடியும். இதனை ஆராய்வோம்.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{11}{3} - \frac{4}{3}$$

$$= \frac{11-4}{3}$$

$$= \frac{7}{3}$$

$$= 2\frac{1}{3}$$

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க. $2\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

$$2\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = 2 + (\frac{7}{9} - \frac{2}{9})$$
$$= 2 + (\frac{7-2}{9})$$
$$= 2 + \frac{5}{9}$$
$$= 2\frac{5}{9}$$

உதாரணம் 2

பெறுமானம் காண்க. $6\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$

$$6\frac{5}{9} - \frac{1}{3} = 6 + (\frac{5}{9} - \frac{1}{3})$$
$$= 6 + \left(\frac{5}{9} - \frac{1 \times 3}{3 \times 3}\right)$$
$$= 6 + \left(\frac{5}{9} - \frac{3}{9}\right)$$
$$= 6 + \frac{2}{9} = 6\frac{2}{9}$$

உதாரணம் 3

பெறுமானம் காண்க. $5\frac{7}{10} - 2\frac{2}{15}$

$$5\frac{7}{10} - 2\frac{2}{15} = (5-2) + (\frac{7}{10} - \frac{2}{15})$$
$$= 3 + (\frac{21}{30} - \frac{4}{30})$$
$$= 3 + \frac{17}{30}$$
$$= 3\frac{17}{30}$$

உதாரணம் 4

பெறுமானம் காண்க. $3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5}$

$$3\frac{4}{5} - 2\frac{1}{5} = (3-2) + (\frac{4}{5} - \frac{1}{5})$$
$$= 1 + \left(\frac{4-1}{5}\right)$$
$$= 1\frac{3}{5}$$

உதாரணம் 5

பெறுமானம் காண்க. $7\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

$$7\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = 7 + (\frac{2}{3} - \frac{1}{4})$$

3, 4 இன் பொ.ம.சி. 12.

$$7\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = 7 + \left(\frac{2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}\right)$$
$$= 7 + \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right)$$
$$= 7 + \frac{5}{12} = 7\frac{5}{12}$$

உதாரணம் 6

பெறுமானம் காண்க. $3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{10}$

$$3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{10} = (3-2) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{10})$$
$$= 1 + \left(\frac{1 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1}{10}\right)$$
$$= 1 + \left(\frac{2}{10} - \frac{1}{10}\right)$$
$$= 1 + \frac{1}{10}$$
$$= 1\frac{1}{10}$$

உதாரணம் 7

பெறுமானம் காண்க. $3\frac{2}{7} - 1\frac{1}{2}$

முறை I

$$3\frac{2}{7} - 1\frac{1}{2} = (3-1) + \left(\frac{2}{7} - \frac{1}{2}\right)$$
$$= 2 + \left(\frac{4}{14} - \frac{7}{14}\right)$$
$$= 2 + \frac{4-7}{14} \quad (4 < 7 \text{ என்பதால்})$$
$$= 1 + 1 + \frac{4-7}{14}$$
$$= 1 + \frac{14}{14} + \frac{4-7}{14}$$
$$= 1 + \frac{14 + 4 - 7}{14}$$
$$= 1 + \frac{18-7}{14}$$
$$= 1\frac{11}{14}$$

முறை II

$$3\frac{2}{7} - 1\frac{1}{2} = \frac{23}{7} - \frac{3}{2}$$
$$= \frac{46}{14} - \frac{21}{14}$$
$$= \frac{25}{14}$$
$$= 1\frac{11}{14}$$

இவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக எழுதிச் சுருக்குதல் இலகுவாகும்.

பயிற்சி 10.5

1. பெறுமானம் காண்க.

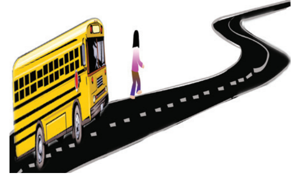
(a) $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5}$ (b) $4\frac{5}{7} - 1\frac{4}{7}$ (c) $2\frac{7}{8} - \frac{4}{8}$

(d) $2 - 1\frac{1}{4}$ (e) $3 - 1\frac{5}{6}$ (f) $2 - 1\frac{5}{16}$

(g) $8\frac{7}{10} - 3\frac{2}{5}$ (h) $2\frac{2}{5} - 1\frac{3}{20}$ (i) $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2}$

(j) $3\frac{3}{4} - 1\frac{7}{18}$ (k) $6\frac{5}{8} - 4\frac{1}{6}$ (l) $4\frac{3}{10} - 2\frac{4}{15}$

2. சாமினி அவளது சகோதரனான ரவியின் வீட்டுக்குச் செல்வதற்காக $3\frac{7}{10}$ கிலோமீற்றர் மொத்தத் தூரத்தில் $3\frac{1}{2}$ கிலோமீற்றர் தூரத்தை பேருந்தில் சென்று எஞ்சிய தூரத்தை நடந்தும் சென்றாள். சாமினி நடந்து சென்ற தூரம் யாது?



3. ஒரு விவசாயியிடம் 4 ஹெக்ரேயர் நிலம் உண்டு. அவன் நிலத்தின் $2\frac{1}{2}$ ஹெக்ரேயரில் குரக்கன் பயிரிட்டுள்ளான். குரக்கன் பயிரிடப்படாத நிலத்தின் அளவு யாது?

பலவினப் பயிற்சி

1. (i) $7\frac{3}{5}$ முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருக.

(ii) $\frac{50}{11}$ கலப்பெண்ணாகத் தருக.

2. (i) $1\frac{1}{4}, \frac{15}{7}, \frac{5}{3}, \frac{1}{2}$ ஆகிய பின்னங்களை ஏறுவரிசையில் தருக.

(ii) $2\frac{5}{3}, 7\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}$ ஆகிய பின்னங்களை இறங்குவரிசையில் தருக.

3. பெறுமானம் காண்க.

(i) $\frac{1}{5} + 1\frac{1}{4} + 3\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{3}{5} + 3\frac{5}{7} + 5\frac{1}{4}$ (iii) $7\frac{2}{3} - 4\frac{1}{4}$

(iv) $4\frac{5}{6} - 1\frac{3}{5}$ (v) $4\frac{5}{8} - 2\frac{1}{3}$ (vi) $2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$

4. ஆஷிக் மணித்தியாலத்துக்கு $3\frac{1}{2}$ கிலோமீற்றர் வீதம் 3 மணித்தியாலம் தொடர்ந்து நடக்கிறான். 3 மணித்தியாலங்களில் அவன் சென்ற முழுத் தூரத்தை முறைமையில்லாப் பின்னமாகத் தருக.

பொழிப்பு

- பின்னங்களைச் சுருக்கும்போது பெறப்பட்ட விடை முறைமையில்லாப் பின்னமாயின் அதனை கலப்பெண்ணாக எழுத வேண்டும்.



தசமங்கள்

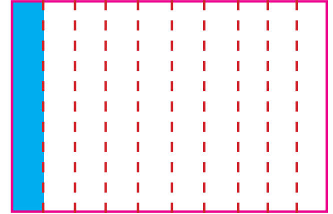
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- பகுதியெண் பத்தின் வலுவாக எழுதக்கூடிய பின்னமொன்றை தசம எண்ணாக எழுதுவதற்கும்
- தசமத்தைப் பின்னமாக எழுதுவதற்கும்
- தசமங்களை முழு எண்களால் பெருக்குவதற்கும் வகுப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

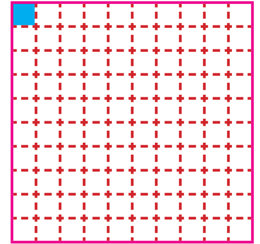
11.1 பகுதி எண் பத்தின் வலுவாக உள்ள முறைமைப் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதுதல்

தரம் 6 இல் பகுதி எண்கள் 10, 100 ஆகவுள்ள முறைமைப் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதும் முறை பற்றிக் கற்றுள்ளோம்.



1 ஐ 10 சம பகுதிகளாகப் (பங்குகளாகப்) பிரித்துப் பெறப்படும் ஒரு பகுதி (பங்கு) $\frac{1}{10}$ என்ற பின்னமாகும். இப்பகுதி தசம எண்ணாக 0.1 என வகைகுறிக்கப்படும்.

அதாவது $0.1 = \frac{1}{10}$



1 ஐ 100 சம பகுதிகளாகப் பிரித்துப் பெறப்படும் ஒரு பகுதி $\frac{1}{100}$ என்ற பின்னமாகும். இப்பகுதி தசம எண்ணாக 0.01 என வகைகுறிக்கப்படும்.

அதாவது $0.01 = \frac{1}{100}$

1 ஐ 1000 சம பகுதிகளாகப் பிரித்துப் பெறப்படும் ஒரு கூறு $\frac{1}{1000}$ என்ற பின்னமாகும். இப்பகுதி தசம எண்ணாக 0.001 என வகைகுறிக்கப்படும்.
அதாவது $0.001 = \frac{1}{1000}$

0.001 ஆனது ''பூச்சியம் தசம் பூச்சியம் பூச்சியம் ஒன்று'' என வாசிக்கப் படும். 0.001 இல் இரண்டாம் தசம தானத்தின் பின் 1 எழுதப்பட்டுள்ள இடம் மூன்றாம் தசமதானம் எனப்படும். மூன்றாம் தசமதானத்துக்குரிய இடப்பெறுமானம் $\frac{1}{1000}$ ஆகும்.

$\frac{7}{1000}$ என்பதில் $\frac{1}{1000}$ கள் 7 காணப்படுவதால் $\frac{7}{1000} = 0.007$ ஆகும். 0.007 ஆனது ''பூச்சியம் தசம் பூச்சியம் பூச்சியம் ஏழு'' என வாசிக்கப்படும்.

$\frac{24}{1000}$ என்பதைக் கருதுவோம்.

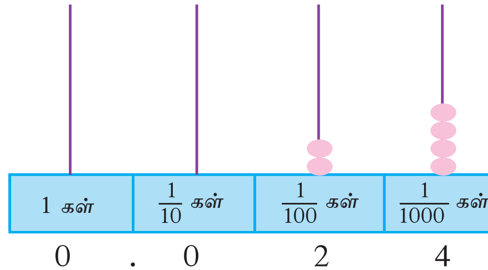
$\frac{24}{1000}$ என்பதில் $\frac{1}{1000}$ கள் 24 உண்டு. அதாவது $\frac{24}{1000} = \frac{20}{1000} + \frac{4}{1000}$.

$\frac{20}{1000} = \frac{20 \div 10}{1000 \div 10} = \frac{2}{100}$ என்பதால்

$\frac{24}{1000} = \frac{1}{100}$ கள் 2 + $\frac{1}{1000}$ கள் 4

ஆகவே $\frac{24}{1000} = 0.024$ ஆகும்.

0.024 ஆனது பூச்சியம் தசம் பூச்சியம் இரண்டு நான்கு என வாசிக்கப்படும்.
0.024 ஆனது எண் சட்டத்தில் பின்வருமாறு வகைகுறிக்கப்படும்.



உதாரணம் 1

(1) பின்வரும் ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் தசமத்தில் எழுதுக.

(i) $\frac{4}{1000}$ (ii) $\frac{97}{1000}$ (iii) $\frac{751}{1000}$

(i) $\frac{4}{1000} = 0.004$ (ii) $\frac{97}{1000} = 0.097$ (iii) $\frac{751}{1000} = 0.751$

பயிற்சி 11.1

1. பின்வரும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதி எண் சட்டத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

(i) $\frac{9}{10}$ (ii) $\frac{75}{100}$ (iii) $\frac{9}{1000}$ (iv) $\frac{25}{1000}$ (v) $\frac{275}{1000}$

11.2 பகுதி எண் பத்தின் வலுவாக அல்லாத முறைமைப் பின்னங்களை தசம எண்களாக எழுதுதல்

பகுதி 10 இன் வலுவாக அல்லாத முறைமைப் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதும் முறையைப் பார்ப்போம்.

- இங்கு தரப்பட்ட பின்னத்தைப் பகுதி எண் 10 இன் வலுவாகவுள்ள சமவலுப் பின்னமாக எழுதிக் கொள்க.
- அப்பின்னத்தை தசம எண்ணாக எழுதுக.

இப்போது $\frac{1}{2}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

10 ஆனது 2 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும். $10 \div 2 = 5$
எனவே $\frac{1}{2}$ பகுதி, தொகுதி ஆகிய இரண்டையும் 5 ஆல் பெருக்குவதால் அதனை பகுதி 10 ஆகவுள்ள பின்னமாக எழுத முடியும்.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5}$$
$$= \frac{5}{10}$$

ஆகவே $\frac{1}{2} = 0.5$

அடுத்து $\frac{1}{4}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

10 ஐ 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியாது. ஆயினும், 100 ஐ 4 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியும். $100 \div 4 = 25$ ஆகும். $\frac{1}{4}$ இன் பகுதி, தொகுதி ஆகிய இரண்டையும் 25 ஆல் பெருக்குவதால் அதனைப் பகுதி எண் 100 ஆகவுள்ள பின்னமாக எழுத முடியும்.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25}$$
$$= \frac{25}{100}$$

எனவே $\frac{1}{4} = 0.25$

$\frac{1}{8}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

10, 100 என்பவற்றை 8 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியாது ஆயினும் 1000 ஐ 8 ஆல் மீதியின்றி வகுக்க முடியும். $1000 \div 8 = 125$ எனவே $\frac{1}{8}$ இன் பகுதி, தொகுதியை 125 ஆல் பெருக்குவதால் பகுதி எண் 1000 ஆகவுள்ள பின்னத்தைப் பெறலாம்.

$$\frac{1}{8} = \frac{1 \times 125}{8 \times 125}$$
$$= \frac{125}{1000}$$

ஆகவே $\frac{1}{8} = 0.125$

மேலே குறிப்பிட்ட விளக்கங்களுக்கு ஏற்ப பகுதியெண்ணை 10 இன் வலுவாக எழுதக்கூடிய பின்னமொன்றை தசம எண்ணாக மாற்றியமைக்கலாம். அதாவது 10, 100, 1000 அல்லது பத்தின் ஏதாவதொரு வலு பகுதியெண்ணால் வகுபடுமாயின் அப்பின்னத்தை தசம எண் வடிவில் காண்பிக்கலாம்.

உதாரணம் 1

பின்வரும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதுக.

$\frac{1}{5}, \frac{13}{25}, \frac{77}{125}$

- $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0.2$
- $\frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0.52$
- $\frac{77}{125} = \frac{77 \times 8}{125 \times 8} = \frac{616}{1000} = 0.616$

11.3 கலப்பெண்களை தசம எண்களாக எழுதுதல்

இப்போது கலப்பெண்ணொன்றைத் தசம எண்ணாக எழுதும் முறையைப் பார்ப்போம்

$3\frac{3}{20}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

$$3\frac{3}{20} = 3 + \frac{3}{20}$$
$$= 3 + \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = 3 + \frac{15}{100}$$
$$= 3 + 0.15$$
$$= 3.15$$

$7\frac{11}{40}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

$$7\frac{11}{40} = 7 + \frac{11}{40}$$
$$= 7 + \frac{11 \times 25}{40 \times 25}$$
$$= 7 + \frac{275}{1000}$$
$$= 7.275$$

11.4 முறைமையில்லாப் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக எழுதுவோம்

முறைமையில்லாப் பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக எழுதும் முறையைப் பார்ப்போம்.

$\frac{17}{5}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுவோம்.

முறை I

$$\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$$
$$= 3 + \frac{4}{10} = 3 + 0.4$$
$$= 3.4$$

முறை II

$$\frac{17}{5} = \frac{34}{10} = \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$$
$$= 3 + 0.4$$
$$= 3.4$$

உதாரணம் 1

$\frac{9}{8}$ ஐத் தசம எண்ணாக எழுதுக.

முறை I

$$\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8} = 1 + \frac{1}{8}$$
$$\frac{9}{8} = 1 + \frac{125}{1000}$$
$$= 1 + 0.125$$
$$= 1.125$$

முறை II

$$\frac{9}{8} = \frac{9 \times 125}{8 \times 125}$$
$$= \frac{1125}{1000}$$
$$= \frac{1000}{1000} + \frac{125}{1000}$$
$$= 1 + 0.125$$
$$= 1.125$$

பயிற்சி 11.2

1. பின்வருவனவற்றைத் தசம எண்ணாக எழுதுக.

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{8}{25}$ (iv) $\frac{321}{500}$ (v) $\frac{39}{40}$

(vi) $13\frac{1}{2}$ (vii) $2\frac{7}{50}$ (viii) $2\frac{1}{8}$ (ix) $3\frac{7}{40}$ (x) $5\frac{14}{125}$

(xi) $\frac{13}{10}$ (xii) $\frac{27}{20}$ (xiii) $\frac{7}{5}$ (xiv) $\frac{97}{8}$ (xv) $\frac{251}{250}$

11.5 தசம எண்ணைப் பின்னமாக எழுதுதல்

0.5 ஐப் பின்னமாக எழுதுவோம்.

$0.5 = \frac{5}{10}$

$\frac{5}{10}$ ஐ எளிய வடிவில் எழுதுவதற்குப் பகுதியையும் தொகுதியையும் 5 ஆல் வகுப்போம்.

$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$

0.375 ஐப் பின்னமாக எழுதுவோம்.

$0.375 = \frac{375}{1000}$

$\frac{375}{1000}$ ஐ எளிய வடிவில் எழுதுவதற்கு தொகுதி, பகுதி ஆகிய இரண்டையும் 125 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$\frac{375}{1000} = \frac{375 \div 125}{1000 \div 125} = \frac{3}{8}$

$0.375 = \frac{3}{8}$

1.75 ஐப் பின்னமாக எழுதுவோம்.

$1.75 = 1 + 0.75 = 1 + \frac{75}{100} = 1\frac{75}{100}$

$\frac{75}{100}$ ஐ எளிய வடிவில் எழுதுவதற்கு தொகுதி, பகுதி ஆகிய இரண்டையும் 25 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$

$\therefore\ 1.75 = 1\frac{75}{100} = 1\frac{3}{4}$

உதாரணம் 1

1.625 ஐப் பின்னமாக எழுதுக.

$1.625 = 1 + 0.625 = 1 + \frac{625}{1000} = 1 + \frac{625 \div 25}{1000 \div 25} = 1 + \frac{25}{40} = 1 + \frac{25 \div 5}{40 \div 5}$

$= 1 + \frac{5}{8}$

$= 1\frac{5}{8}$

பயிற்சி 11.3

1. பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்னங்களாக எளிய வடிவில் தருக.

(i) 0.7 (ii) 1.3 (iii) 0.45 (iv) 8.16

(v) 6.75 (vi) 0.025 (vii) 4.225 (viii) 8.625

11.6 தசம எண்ணொன்றை முழு எண்ணால் பெருக்குதல்

$2 \times 3 = 2 + 2 + 2 = 6$ என்றவாறு பெருக்கலைக் கூட்டலாக எழுத முடியும். என்பது தெளிவாகின்றது.

நாம் இப்போது 0.1×3 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

$0.1 \times 3 = 0.1 + 0.1 + 0.1$

$= 0.3$

0.8 × 2 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

$0.8 \times 2 = 0.8 + 0.8$
$= 1.6$

0.35 × 4 இன் பெறுமானம் காண்போம்.

$0.35 \times 4 = 0.35 + 0.35 + 0.35 + 0.35$
$= 1.40$
$= 1.4$

மேலே பெறப்பட்ட விடைகளைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையினூடாக அவதானிப்போம்.

$0.1 \times 3 = 0.3$	$1 \times 3 = 3$
$0.8 \times 2 = 1.6$	$8 \times 2 = 16$
$0.35 \times 4 = 1.40$	$35 \times 4 = 140$

அட்டவணையில் உள்ளவாறு தசம எண்ணொன்றை முழு எண்ணால் பெருக்கும்போது பின்வரும் படிமுறைகளைப் பின்பற்றலாம் என்பது தெளிவாகின்றது.

தசம எண்ணின் தசமப் புள்ளியைக் கருத்திற் கொள்ளாமல் முழு எண்ணைப் போல் கருதி, அதனைத் தரப்பட்ட முழு எண்ணால் பெருக்குக.

தசம எண்ணிலுள்ள தசம தானங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனான தசம தானங்களின் எண்ணிக்கை விடையிலும் வரத்தக்கதாக விடையிலும் தசமப் புள்ளியை இடுக.

இப்போது 24.31 × 6 இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.
தசம தானங்களைக் கருத்திற் கொள்ளாமல் பெருக்குவோம்.

$$\begin{array}{r} 2431 \\ \times \quad 6 \\ \hline 14586 \\ \hline \end{array}$$

24.31 இல் தசம தானங்கள் 2 உள்ளதால் விடையில் இரண்டு தசம தானங்கள் இருக்குமாறு தசமப் புள்ளியை இடுக.
அப்போது $24.31 \times 6 = 145.86$

பெருக்க வேண்டிய எண்ணின் பெறுமானம் அதிகமாக இருக்கும்போது திரும்பத்திரும்பக் கூட்டுவதை விட இரண்டாவதாக அவதானித்த முறை இலகுவானது.

உதாரணம் 1

4.276 × 12 இன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{array}{r} 4276 \\ \times \quad 12 \\ \hline 8552 \\ 4276 \\ \hline 51312 \\ \hline \end{array}$$

4.276 இல் மூன்று தசம தானங்கள் உள்ளதால் விடையிலும் மூன்று தசம தானங்கள் இருக்குமாறு தசமப் புள்ளியை இடுக.
அப்போது 4.276 × 12 = 51.312

பயிற்சி 11.4

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) 2.45 × 6 (ii) 0.75 × 4 (iii) 3.47 × 15
(iv) 15.28 × 13 (v) 0.055 × 3 (vi) 1.357 × 41

- **தசம எண்ணணொன்றை 10 ஆல், 100 ஆல், 1000 ஆல் பெருக்குதல்**

பின்வரும் பெருக்கல்களைப் பார்ப்போம்.

2.1 × 10 = 21.0	2.1 × 100 = 210.0	2.1 × 1000 = 2100.0
3.75 × 10 = 37.50	3.75 × 100 = 375.00	3.75 × 1000 = 3750.00
23.65 × 10 = 236.50	23.65 × 100 = 2365.00	23.65 × 1000 = 23650.00
43.615 × 10 = 436.150	43.615 × 100 = 4361.500	43.615 × 1000 = 43615.000

மேலே உள்ள பெருக்கல்களைக் கருதும்போது, பின்வரும் விடயங்கள் தெளிவாகின்றன.

- தசம எண்ணொன்றைப் 10 இனால் பெருக்கும்போது தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை ஒரு தானம் வலப்புறமாக நகர்த்தப்பட்டு விடை பெறப்படும். 37.16 × 10 = 371.6
- தசம எண்ணொன்றை 100 இனால் பெருக்கும்போது தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை இரண்டு தானங்கள் வலப்புறம் நகர்த்தப்பட்டு விடை பெறப்படும். 37.16 × 100 = 3716

- தசம எண்ணொன்றை 1000 இனால் பெருக்கும்போது தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை மூன்று தானங்கள் வலப்புறம் நகர்த்தப்பட்டு விடை பெறப்படும். $37.160 \times 1000 = 37\ 160$

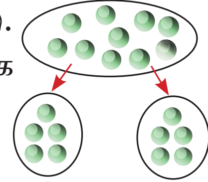
பயிற்சி 11.5

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) 4.74×10 (ii) 0.503×10 (iii) 0.079×10
(iv) 5.83×100 (v) 5.379×100 (vi) 0.07×100
(vii) 1.2×100 (viii) 0.0056×10 (ix) 0.0307×100
(x) 3.7×1000 (xi) 8.0732×1000 (xii) 6.0051×1000

11.7 தசம எண்ணொன்றை 10 ஆல், 100 ஆல், 1000 ஆல் வகுத்தல்

$10 = 5 \times 2$ என்பதன் விளக்கம் 10 இல் 5 கள் 2 உண்டு. என்பதாகும். எனவே 10 ஐ இரண்டு சம குவியல்களாக வகுத்தால் ஒரு குவியலில் 5 இருக்கும்.



அதாவது, $10 \div 2 = 5$
இதனை நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

இவ்வாறே $32.6 \div 10$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.
$32.6 \div 10$ என்பது 32.6 இல் எத்தனை 10 கள் உள்ளன என்பதாகும்.
$3.26 \times 10 = 32.6$ என்பதை நாம் அறிந்துகொள்வோம்.
ஆகவே $32.6 \div 10 = 3.26$

மேலே குறிப்பிட்ட அதே விதமாக
$1.4556 \times 100 = 145.56$ என்பதால்,
$145.56 \div 100 = 1.4556$
$6.1273 \times 1000 = 6127.3$ என்பதால்
$6127.3 \div 1000 = 6.1273$

இப்போது பின்வரும் வகுத்தல்களை அவதானிக்க.

$7871.8 \div 10 = 787.18$ $7871.8 \div 100 = 78.718$ $7871.8 \div 1000 = 7.8718$
$169.51 \div 10 = 16.951$ $169.51 \div 100 = 1.6951$ $169.51 \div 1000 = 0.16951$
$9.51 \div 10 = 0.951$ $9.51 \div 100 = 0.0951$ $9.51 \div 1000 = 0.00951$

இதற்கேற்ப,

- தசம எண்ணொன்றை 10 இனால் வகுக்கும்போது தரப்பட்ட தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை ஒரு தானம் இடப்புறம் நகர்த்துவதால் விடை பெறப்படும். $6.7 \div 10 = 0.67$
- தசம எண்ணொன்றை 100 இனால் வகுக்கும்போது தரப்பட்ட தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை இரண்டு தானங்கள் இடப்புறம் நகர்த்துவதால் விடை பெறப்படும். $006.7 \div 100 = 0.067$
- தசம எண்ணொன்றை 1000 இனால் வகுக்கும்போது தரப்பட்ட தசம எண்ணிலுள்ள தசமப் புள்ளியை மூன்று தானங்கள் இடப்புறம் நகர்த்துவதால் விடை பெறப்படும். $006.7 \div 1000 = 0.0067 = 0.0067$

பயிற்சி 11.6

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $27.1 \div 10$ (ii) $1.36 \div 10$ (iii) $0.26 \div 10$
(iv) $0.037 \div 10$ (v) $0.0059 \div 10$ (vi) $58.9 \div 100$
(vii) $3.7 \div 100$ (viii) $97.6 \div 100$ (ix) $0.075 \div 100$
(x) $0.0032 \div 100$ (xi) $4375.8 \div 1000$ (xii) $356.8 \div 1000$
(xiii) $25.67 \div 1000$

தசம எண்ணொன்றை முழு எண்ணினால் வகுத்தல்

$7.5 \div 3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- முழுவெண் பகுதியை வகுக்க.
- வகுத்துக் கொண்டு செல்கையில் தசமப் புள்ளியிலிருந்து வலப்பக்கமாக உள்ள முதல் எண்ணை வகுத்தலுக்கு உட்படுத்தும் விடைக்குப் பக்கத்தில் தசமப் புள்ளியை இடுக.
- பின்னர் வகுத்தலை தொடரவும்.

படி 1

```
  2
3|7 . 5
 |6
 |----
 |1
```

$7 \div 3 =$ ஈவு 2 உம் மீதி 1 ஆகும்.
$2 \times 3 = 6$
$7 - 6 = 1$

படி 2

7 இற்குப் பின்னால் தசமப் புள்ளி இருப்பதால் 2 இற்குப் பின்னர் தசம புள்ளியை இட வேண்டும்.

```
  2 .
3|7 . 5
 |6   ↓
 |1   5
```

5 ஐக் கீழே கொண்டு செல்க.

படி 3

```
  2 . 5
3|7 . 5
 |6
 |1   5
 |1   5
      0
```

$5 \times 3 = 15$

$15 - 15 = 0$

அப்போது $7.5 \div 3 = 2.5$

உதாரணம் 1

(i) பெறுமானம் காண்க. $182.35 \div 7$

```
  26.05
7|182.35
 |14
   42
   42
    03
    00
     35
     35
      0
```

தசமப் புள்ளிக்கு அருகில் உள்ள எண் 3 பிரிக்கப்படும்போது தசமதானத்தை இடவேண்டும்.

(ii) பெறுமானம் காண்க. $0.672 \div 12$

```
   0.056
12|0.672
  |0
  |0 6
     0
    67
    60
     72
     72
      0
```

$0.672 \div 12 = 0.056$

(iii) பெறுமானம் காண்க. $2.13 \div 4$

```
  0.5325
4|2.1300
 |0
 |2 1
 |2 0
    13
    12
     10
      8
     20
     20
```

$2.13 \div 4 = 0.5325$

மேலதிக அறிவிற்கு

$$\begin{array}{r|l} & 2.5 \\ \hline 3 & 7.5 \\ & 6 \\ \hline & 1\ 5 \\ & 1\ 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

7.5 இன் ஒன்றனிடத்து இலக்கம் 7 ஆகும். அதாவது 7, 1 கள் என்பதாகும்.

7 ஐ 3 ஆல் வகுத்தபோது ஈவு 2 உம் மீதி 1 உம் ஆகும்.

மீதி 1 என்பது 1 கள் 1 ஆகும். அதாவது $\frac{1}{10}$ கள் 10 ஆகும்.

7.5 இல் 5 என்பது $\frac{1}{10}$ கள் 5 ஆகும்.

இப்போது முதற் தசம தானத்தில் $\frac{1}{10}$ கள் 15 உள்ளன.

$\frac{1}{10}$ கள் 15 ஐ 3 ஆல் வகுப்போம். $\frac{1}{10}$ கள் 5 கிடைக்கும்.

அதாது $7.5 \div 3 = 2.5$

பயிற்சி 11.7

1. பெறுமானம் காண்க.

(i) $84.6 \div 2$ (ii) $167.2 \div 4$ (iii) $54.6 \div 3$
(iv) $98.58 \div 6$ (v) $74.5 \div 5$ (vi) $35.86 \div 2$
(vii) $0.684 \div 6$ (viii) $0.735 \div 7$ (ix) $1.08 \div 4$
(x) $7.401 \div 3$ (xi) $8.04 \div 8$ (xii) $11.745 \div 9$

2. பிள்ளையொன்றின் உயரம் 145 cm எனின் அவ்வுயரத்தை மீற்றரில் தருக.

பொழிப்பு

- தசம எண்ணொன்றை முழுவெண்ணால் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளியைக் கருத்திற் கொள்ளாது பெருக்கி அதே எண்ணிக்கையான தசம தானங்கள் இருக்குமாறு விடையில் தசமப் புள்ளியை இடுக.
- தசம எண்ணொன்றை பத்தின் வலுவுடைய எண்ணால் பெருக்கும் போது பத்தின் வலுவிலுள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்கு சமனான எண்ணிக்கையில் தசமப் புள்ளியை வலப் பக்கமாக நகர்த்துக.
- தசம எண்ணொன்றை பத்தின் வலுவுடைய எண்ணால் வகுக்கும் போது பத்தின் வலுவிலுள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்கு சமனான எண்ணிக்கையில் தசமப் புள்ளியை இடப் பக்கமாக நகர்த்துக.

12 அட்சரகணிதக் கோவைகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குவதற்கும்
- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைச் சுருக்குவதற்கும்
- எண்களைப் பிரதியிட்டு, ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

12.1 அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குதல்

நிமல் வீட்டுக்குத் தினமும் ஒரே அளவான பால் வாங்குவார். அந்த அளவு தெரியாத ஒரு பெறுமானமெனின், நிமல் வீட்டுக்குத் தினமும் வாங்கும் பாலின் அளவை எம்மால் ஓர் எண் பெறுமானத்தினால் எழுத முடியாது.

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட சந்தர்ப்பத்தில் மாறாப் பெறுமானமொன்றை ஓர் எண் பெறுமானத்தினால் குறித்துக் காட்ட முடியாது எனின் அது **தெரியாக் கணியம்** எனப்படும்.

வியாபார நிலையமொன்றின் நாளாந்த வருமானம் ஒவ்வொரு நாளும் நடைபெறும் வியாபாரத்திற்கேற்ப வேறுபடும். நாளாந்த வருமானம் நிலையான பெறுமானத்தைக் கொண்டிராததால் அது ஒரு ''மாறி'' யாகும்.

தெரியாக் கணியமொன்று அல்லது மாறியொன்று பொதுவாக ஆங்கில அரிச்சுவடியில் உள்ள $a, b, c, \ldots x, y, z$ போன்ற எழுத்துகளால் வகைகுறிக்கப்படும்.

மேலே உள்ள இரு உதாரணங்களிலிருந்தும் நிமல் வாங்கும் பாலின் அளவை a இனாலும் கடையின் வருமானத்தை x இனாலும் குறிக்கலாம்.



ஒரு கடையிலுள்ள வாழைக்குலையொன்றிலுள்ள பழங்களின் எண்ணிக்கையை a எனக் கொள்வோம். 12 பழங்களைக் கொண்ட ஒரு வாழைப்பழச் சீப்பு விற்பனை செய்யப்பட்ட பின்னர் குலையில் எஞ்சியிருக்கும் பழங்களின் எண்ணிக்கை $a - 12$ ஆகும்.

$a - 12$ என்பது **அட்சரகணிதக் கோவை** ஆகும். a, 12 ஆகியன கோவையின் **உறுப்புகள்** எனப்படும்.

ஒரு பழம் ரூ. 8 வீதம் குலையிலுள்ள எல்லாப் பழங்களையும் விற்கும்போது கிடைக்கும் பணத்தின் அளவு $8 \times a$ ஆகும். இது $8a$ என எழுதப்படும். $8a$ இல் a இன் **குணகம்** 8 ஆகும். கோவை $8a$ இல் ஒரு அட்சரகணித உறுப்பு மாத்திரம் உண்டு.



உணவு பொதிசெய்து விற்பனை செய்யும் ஒருவன் ஒரு நாளில் விற்கும் பொதிகளின் எண்ணிக்கையை x எனக் கொள்வோம். ஒரு பொதியின் விலை ரூ. 80 எனின், ஒரு நாளில் அவனது வருமானம் ரூ. $80 \times x$ ஆகும். இது ரூ. $80x$ என எழுதப்படும்.

நாளொன்றில் 10 பொதிகள் வீதம் மேலதிகமாக வழங்கப் புதிய கோரல் ஒன்று கிடைத்ததால் அவர் நாளொன்றில் விற்கும் உணவுப் பொதிகளின் எண்ணிக்கை $x + 10$ ஆகும்.



உதாரணம் 1

ஓர் எண்ணைக் குறிப்பதற்கு m என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப் பட்டுள்ளது.

(i) இவ்வெண்ணிலும் மூன்று மடங்கான எண்ணைக் காண்க.

(ii) தரப்பட்டுள்ள எண்ணின் இருமடங்கிலும் 15 கூடிய எண்ணைக் காண்க.

(i) m இன் மூன்று மடங்கு பெரிதான எண் $= 3m$

(ii) எண்ணின் இருமடங்கு $= 2m$

$2\ m$ இலும் 15 கூடிய எண் $= 2m + 15$

பயிற்சி 12.1

1. (i) ஓர் அப்பிளின் விலை ரூ. a எனக் கொண்டு, அவ்வாறான 5 அப் பிள்களின் விலைக்கான கோவை யொன்றை எழுதுக.



(ii) ஓர் அன்னாசிப் பழத்தின் விலை 5 அப்பிள்களின் விலையிலும் ரூ.10 இனால் கூடியதாயின், ஓர் அன்னாசிப் பழத்தின் விலையை ரூ. a இன் சார்பில் எழுதுக.

2. ஒரு கடை உரிமையாளர் ஒரு பாண் ரூ. b வீதம் 12 பாண்களை ஒரு வெதுப்பகத்திலிருந்து வாங்கினார். அவர் ஒரு பாணில் ரூ. 3 இலாபம் கிடைக்குமாறு விற்பனை செய்கின்றார்.



(i) கடை உரிமையாளர் பாண்களை வாங்கு வதற்குச் செலுத்திய மொத்தப் பணம் யாது?

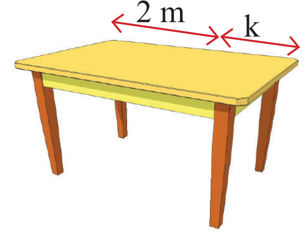
(ii) கடை உரிமையாளர் ஒரு பாணை விற்ற விலை யாது?

(iii) கடைக்கு வந்த ஒருவர் பாண் ஒன்றையும் 1kg இன் விலை ரூ. 100 ஆகவுள்ள 500 g சீனியும் வாங்குவதற்குச் செலுத்திய மொத்தப் பணம் யாது?

3. 1 m = 100 cm ஆகும்.

(i) ஒரு மேசையின் நீளம் 2 மீற்றரை விடக் k சென்ரிமீற்றர் கூடியதாகும். இதற்கேற்ப மேசையின் நீளத்தை சென்ரிமீற்றரில் தருக.

(ii) இம்மேசையின் அகலம், நீளத்தை விட 50 cm குறைவானதாகும். இதற்கேற்ப அதன் அகலத்தை k இன் சார்பில் ஒரு கோவையாகத் தருக.



12.2 அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குதல் மேலும்

இப்போது நாம் உருவாக்கியுள்ள ஒவ்வோர் அட்சரகணிதக் கோவையிலும் ஓர் அட்சரகணிதக் குறியீடு, ஒரு கணிதச் செய்கை அல்லது பல செய்கைகள், எண்கள் என்பன உள்ளன.

கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையின் இணைப்பு விபரிக்கப்பட்டுள்ளது.

கோவை	கோவையிலுள்ள தெரியாக் கணியம்	தெரியாக் கணியத்தின் குணகம்	கோவையிலுள்ள உறுப்புகள்	உறுப்புகளுடன் தொடர்புபட்ட கணிதச் செய்கைகள்
$3a+5$	a	3	$3a$, 5	×, +
$4x$	x	4	$4x$	×
$y+4$	y	1	y, 4	+
$p-10$	p	1	p, 10	−
$20+3m$	m	3	20, $3m$	+, ×

மேலே தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகளில் கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் ஆகிய கணிதச் செய்கைகள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இக்கோவைகளின் தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் நேர் முழுவெண் பெறுமானத்தைக் கொண்டது. வகுத்தல் கணிதச் செய்கை உள்ளிட்ட அட்சரகணிதக் கோவைகள் இவற்றிடையே இல்லை. இக்கோவைகளில் தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் நேர் முழுவெண்ணாகும்.

இனி நாம் குணகம் ஒரு பின்னமாகவுள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகளைக் கவனத்தில் கொள்வோம்.

ஒரு போத்தலில் உள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை x ஆகும். அவை மூன்று சமமான பகுதிகளாகுமாறு மூன்று பாத்திரங்களில் இடப்பட்டன.

ஒரு பாத்திரத்திலுள்ள மாபிள்களின் எண்ணிக்கை $x \div 3$ ஆகும். அதாவது $\frac{x}{3}$ ஆகும்.



ஒரு விடுதியில் உள்ள ஓர் அறையின் அகலம் நீளத்தின் அரை மடங்காகும். அதன் நீளம் l மீற்றர் எனின், அகலத்தை மீற்றரில் எழுதுவோம்

அகலம் $= l \div 2$ அதாவது அறையின் அகலம் $\frac{l}{2}$ ஆகும்.

அதற்கு அடுத்து உள்ள அறையின் நீளம் இவ்வறையின் அகலத்தை விட 1 m கூடியதாகும். அதன் நீளத்தை அட்சர கணிதக் கோவையில் காட்டுவோம்.

அடுத்துள்ள அறையின் நீளம் $=\left(\frac{l}{2}+1\right)$ மீற்றர்.

உதாரணம் 1

ஒரு மீற்றர் துணியின் விலை ரூ. p ஆகும். ஒரு மீற்றரை விடக் குறைவாகத் துணி வாங்கும்போது அதன் பெறுமதியிலும் மேலதிகமாக ரூ. 10 அறவிடப்படும். ஒருவர் $\frac{1}{2}$ மீற்றர் துணி வாங்கினால் அதன் விலையை கோவை வடிவில் தருக.

1 m துணியின் விலை = ரூ. p

வாங்கிய துணியின் அளவானது 1 m ஐ விடக் குறைவு என்பதால்

ஆகவே $\frac{1}{2}$ m துணியின் விலை = ரூ. $\left(\frac{p}{2}+10\right)$

உதாரணம் 2

ஒருவர் தன்னிடம் உள்ள மூன்று காணித் துண்டுகளை ஒன்று ரூ. x வீதம் விற்பனை செய்து கிடைத்த பணத்தை தனது 4 பிள்ளைகளுக்கும் சமனாகப் பங்கிடுகிறார். ஒரு பிள்ளை பெற்ற பணத்தின் அளவைக் காட்டும் கோவையை எழுதுக.

3 துண்டு காணிகளையும் விற்றுப் பெற்ற பணம் $= 3\ x$

ஒரு பிள்ளை பெற்ற பணம் $= \frac{3x}{4}$

பயிற்சி 12.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

கோவை	கோவையிலுள்ள தெரியாக் கணியம் அல்லது மாறி	கோவையிலுள்ள உறுப்புகள்
$\frac{a}{2} + 5$	a	$\frac{a}{2}, 5$
$\frac{p}{4} - 8$		
$\frac{x}{5} + 10$		
$25 - \frac{y}{3}$		

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்துக்கும் அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குக.

(i) ஓர் எண்ணின் பெறுமானம் a இனால் குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்வெண்ணின் அரை மடங்கிலும் 4 கூடிய எண் யாது?

(ii) ஓர் உணவகத்தில் ஒரு பாணின் விலை ரூ. p ஆகும். $\frac{1}{4}$ பாணும் ரூ. 30 பெறுமதியுடைய பருப்புக் கறியும் உண்ட ஒருவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகையைக் காண்க.

(iii) ஒரு கட்டடத்தின் உயரம் அதன் நீளத்தின் $\frac{1}{2}$ இலும் 5 மீற்றர் குறைவானதாகும். அதன் நீளம் l மீற்றர் ஆயின் உயரத்தை l இலான அட்சரகணிதக் கோவையின் மூலம் தருக.

(iv) 1 kg சீனியின் விலை ரூ. y ஆகும். $\frac{1}{2}$ kg சீனியைக் கடையில் வாங்குவதற்கு ரூ.100 ஐக் கொடுக்கும் ஒருவர் பெறும் மீதிப் பணத்தை y இலான அட்சரகணிதக் கோவையொன்றின் மூலம் தருக.

3. (i) 12 பென்சில்கள் கொண்ட ஒரு பென்சில் பெட்டியின் விலை ரூ. x ஆயின் அப்பெட்டியிலுள்ள ஒரு பென்சிலின் விலையை அட்சரகணிதக் கோவையாகத் தருக.

   (ii) 2 பென்சில்களை ஒன்று ரூ. y வீதமும் அழிறப்பர் ஒன்றை ரூ. 10 இற்கும் வாங்குவதற்குச் செலுத்த வேண்டிய தொகையை அட்சர கணிதக் கோவையொன்றின் மூலம் தருக.

4. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் சொற்களில் விவரிக்க. உதாரணமாக $5a - 8$ என்னும் கோவையை சொற்களில் விவரித்தல் a இன் 5 மடங்கிலும் எட்டு குறைவானதாகும்.

   (i) $2a + 8$ (ii) $3x - 15$ (iii) $2p + 10$

   (iv) $\frac{p}{4} - 4$ (v) $20 - 5p$ (vi) $\frac{x}{2} + 14$

   (vii) $\frac{y}{5} - 1$ (viii) $30 + \frac{p}{2}$ (ix) $45 - \frac{y}{3}$

12.3 இரண்டு தெரியாக் கணியங்களுடனான அட்சரகணிதக் கோவைகளை உருவாக்குதல்

ரூ. x வீதம் 5 பென்சில்களினதும் ரூ. y வீதம் 2 அழிறப்பர்களினதும் விலையை அட்சரகணிதக் கோவையாகத் தருக.



5 பென்சில்களின் விலை $= x \times 5 =$ ரூ. $5x$

2 அழிறப்பர்களின் விலை $= y \times 2 =$ ரூ. $2y$

5 பென்சில்களினதும் 2 அழிறப்பர்களினதும் விலை $=$ ரூ. $5x + 2y$

1 kg ரூ. x வீதம் 500 g சீனியும் 1 kg ரூ. y வீதம் 2 kg கோதுமை மாவும் ரூ. 3 வீதம் 3 தீப்பெட்டிகளும் வாங்கத் தேவையான பணத்தின் மொத்தத் தொகை எவ்வளவு?





1 kg ரூ. x வீதம் 500 g சீனியின் விலை = ரூ. $\frac{x}{2}$

1 kg ரூ. y வீதம் 2 kg கோதுமை மாவின் விலை = ரூ. $2y$

3 தீப்பெட்டிகளின் விலை = ரூ. 9

தேவையான மொத்தத் தொகை = ரூ. $\left(\frac{x}{2} + 2y + 9\right)$

உதாரணம் 1

(i) ஒரு வகுப்பில் x ஆண்பிள்ளைகளும் y பெண்பிள்ளைகளும் உள்ளனர். வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.
இதற்கேற்ப வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகளின்
மொத்த எண்ணிக்கை $= x + y$

(ii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2}$ என்னும் அட்சரகணிதக் கோவையை சொற்களில் எழுதுக.
"x இனால் குறிக்கப்படும் ஓர் எண்ணின் அரை மடங்கை y இனால் குறிக்கப்படும் ஓர் எண்ணின் அரை மடங்குடன் கூட்டுக."

உதாரணம் 2

ஒரு தேங்காய் ரூ. a வீதம் 25 தேங்காய்களை வாங்கி இலாபத்துடன் ஒன்று ரூ. b வீதம் அவற்றை விற்றால் பெற்ற இலாபத்தைக் காணக் கோவை ஒன்றை எழுதுக.

ஒரு தேங்காயின் கொள்விலை = ரூ. a

25 தேங்காய்களின் கொள்விலை = ரூ. $25a$

இலாபத்துடன் ஒரு தேங்காயின் விற்ற விலை = ரூ. b

25 தேங்காய்களின் விற்றவிலை = ரூ. $25b$

இலாபம் = ரூ. $(25b - 25a)$

பயிற்சி 12.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணித உறுப்புகளுடனான கோவைகளை உருவாக்குக.

(i) ஓர் எண் a இனால் குறிக்கப்படும். அதனை விட b இனால் கூடிய எண் யாது ?

(ii) ஓர் எண் p இனால் குறிக்கப்படும். அதனை விட q இனால் குறைந்த எண்ணை எழுதுக.

(iii) ஒரு தேங்காயின் விலை ரூ. x இனால் குறிக்கப்படும்.
1 kg அரிசியின் விலை ரூ. y இனால் குறிக்கப்படும்.
4 தேங்காய்களினதும் 3 kg அரிசியினதும் விலையைக் குறிப்பதற்கு x, y என்பவற்றிலான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையை எழுதுக.

(iv) 1 kg சீனி ரூ. x வீதம் 2 kg 500g சீனியும் 250g நிறையுடைய தேயிலை பைக்கற்று ஒன்று ரூ. y வீதம் 2 தேயிலை பைக்கற்றுகளும் வாங்கத் தேவையான மொத்தப் பணம் எவ்வளவு ?

(v) 1 kg கிழங்கின் விலை ரூ. x ஆகும். 250 கிராம் கிழங்கையும் ரூ. y க்கு ஒரு கீரைக் கட்டும் வாங்குவதற்குத் தேவையான மொத்தப் பணம் எவ்வளவு ? (250 g = $\frac{1}{4}$ kg)

(vi) பாடசாலை நூலகத்தில் x எண்ணிக்கையான தமிழ்ப் புத்தகங் களும் y எண்ணிக்கையான ஆங்கிலப் புத்தகங்களும் உள்ளன. தமிழ் புத்தகங்களில் $\frac{1}{2}$ உம், ஆங்கிலப் புத்தகங்களில் $\frac{1}{2}$ உம் இலக்கியப் புத்தகங்கள் ஆகும். தமிழ் இலக்கியப் புத்தகங்கள் 23 உம் ஆங்கில இலக்கியப் புத்தகங்கள் 18 உம் பிள்ளைகளுக்கு வழங்கப்படுகின்றன. இப்போது நூலகத்தில் எஞ்சியிருக்கும் இலக்கியப் புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையைக் கோவை வடிவில் தருக.

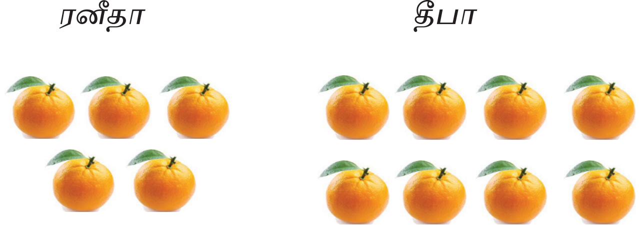
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கோவைகளைச் சொற்களில் எழுதுக.

(i) $3x + 5y$ (ii) $2a - 7b$ (iii) $\frac{x}{4} - y + 5$ (iv) $2k + 3p - 8$

12.4 ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையிலிருக்கும் உறுப்புகளைச் சுருக்குதல்

இதற்கு முன்னர் நாம் உருவாக்கியது போன்ற ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

ஒரு தோடம்பழத்தின் விலை ரூ. a வீதம் 5 தோடம்பழங்களை ரனீதா வும் 8 தோடம்பழங்களை தீபாவும் வாங்கினர்.



தோடம்பழங்களுக்கு ரனீதா செலுத்திய பணம் $5a$ உம் தீபா செலுத்திய பணம் $8a$ உம் ஆகும். எனவே இருவருமாகத் தோடம்பழங்களுக்குச் செலுத்திய பணம் ரூ. $(5a + 8a)$ ஆகும்.

இருவரும் வாங்கிய தோடம்பழங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 13 என்பதால் செலுத்திய மொத்தப் பணம் $13 \times a$ அது $13a$ ஆகும்.இதன் மூலம் $5a + 8a = 13a$ என்பது தெளிவாகின்றது.

$5a$, $8a$ என்ற ஒரே தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்ட அட்சர கணித உறுப்புகள் **நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகள்** எனப்படும். இவ்வுறுப்புகளைக் கூட்டுவதன் மூலம் அல்லது கழிப்பதன் மூலம் ஒரே உறுப்பாகச் சுருக்கிக் கொள்ளலாம்.

$4x + 3y + 5$ என்னும் கோவையில் நிகர்த்த உறுப்புகள் இல்லை. இவ்வாறான கோவையொன்றை மேலும் சுருக்க முடியாது. இக்கோவையில் உள்ள $4x$, $3y$, 5 என்னும் உறுப்புகள் நிகராத உறுப்புகளாகின்றன.

$4x + 3y + x + 2y$ ஐச் சுருக்குவோம்.
நிகர்த்த உறுப்புகளை வேறாக்கி எழுதுவோம்.

$$\begin{aligned} 4x + 3y + x + 2y &= 4x + 1x + 3y + 2y \\ &= 5x + 5y \end{aligned}$$

$10l + 4k + 1l - 1k$ ஐச் சுருக்குவோம்.

$$\begin{aligned} 10l + 4k + 1l - 1k &= 10l + 1l + 4k - 1k \\ &= 11l + 3k \end{aligned}$$

உதாரணம் 1

சுருக்குக.

(i) $3x + 6k + 5x + 3k + 7$ (ii) $5a + b + 8 + 3a - b - 5$

(i) $3x + 6k + 5x + 3k + 7 = 3x + 5x + 6k + 3k + 7$
$= 8x + 9k + 7$

(ii) $5a + b + 8 + 3a - b - 5 = 5a + 3a + b - b + 8 - 5$
$= 8a + 0 + 3$
$= 8a + 3$

உதாரணம் 2

தரம் 4 இல், 25 ஆண் பிள்ளைகளும் 15 பெண் பிள்ளைகளும் உள்ளனர். தரம் 3 இல், 28 ஆண் பிள்ளைகளும் 11 பெண் பிள்ளைகளும் உள்ளனர். ஒரு பேனை ரூ. p யும் ஓர் அழிறப்பர் ரூ. q உம் ஆகின்றது. தரம் 4 இல் ஆண் பிள்ளை ஒன்றுக்கு பேனை ஒன்றும் பெண் பிள்ளை ஒன்றுக்கு அழிறப்பரும் வழங்கப்படுகின்றது. தரம் 3 இல் ஆண் பிள்ளை ஒன்றுக்கு அழிறப்பரும் பெண் பிள்ளை ஒன்றுக்கு பேனை ஒன்றும் வழங்கப்படுகின்றது.

பேனையின் விலை p எனவும் அழிறப்பர் விலை q எனவும் கொள்வோம்.
தரம் 4 இல் உள்ள பிள்ளைகளுக்கு
செலவான பணம் $= 25p + 15q$
தரம் 3 இல் உள்ள பிள்ளைகளுக்கு
செலவான பணம் $= 11p + 28q$

இரு வகுப்பிலும் உள்ள பிள்ளைகளுக்குச் செலவாகும் மொத்தப் பணம்

$= 25p + 15q + 11p + 28q$
$= 25p + 11p + 15q + 28q$
$= 36p + 43q$

பயிற்சி 12.4

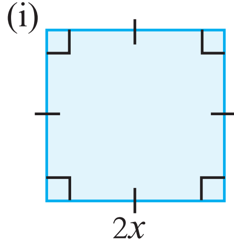
1. சுருக்குக.

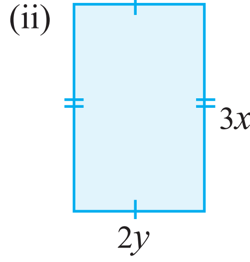
(i) $4x + 5y + 3x + 7$ (ii) $3a + 4 + 6b + 3$

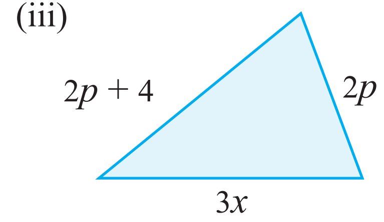
(iii) $5p + 4q - 2p + q$ (iv) $10m - 7n + 10n - 4m$

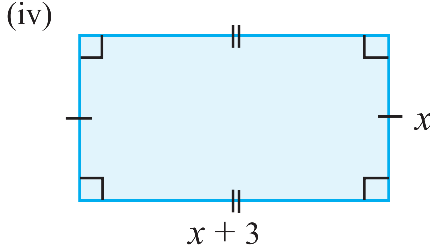
(v) $3k + 5l + 10 + k + 4l - 5$ (vi) $8x - 4y - 11 + x + 7y + 13$

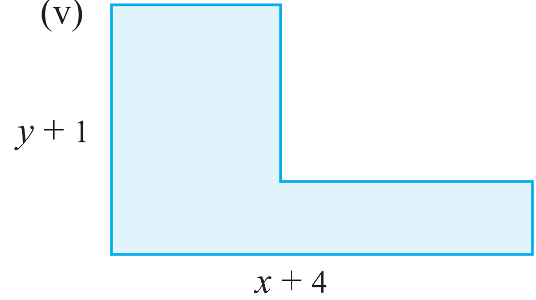
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வோர் உருவினதும் சுற்றளவைத் தரும் அட்சர கணித உறுப்புகளுடனான கோவையை எழுதி அக்கோவைகளைச் சுருக்குக.

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)


12.5 அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்றின் ஒவ்வொரு தெரியாக் கணியத்துக்கும் பெறுமானங்களைப் பிரதியிடல்

ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையில் தெரியாக் கணியமாகிய மாறி உறுப்புக்கு எண் பெறுமானமொன்றை இடுதல் பிரதியிடல் என நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். பிரதியிடுவதன் மூலம் ஓர் அட்சரகணிதக் கோவைக்கு எண் பெறுமானமொன்று கிடைக்கும்.

$x + 3$ என்னும் கோவையைக் கருதுவோம்.

$x = 2$ எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $x + 3 = 2 + 3 = 5$

$x = 2$ ஆகும்போது அட்சரகணிதக் கோவை $x + 3$ இன் பெறுமானம் 5 இற்குச் சமமாகும்.

$x = 4$ ஆகும்போது $3x - 5$ இன் பெறுமானம் காண்போம்.

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 3 \times 4 - 5 \\ &= 12 - 5 = 7 \end{aligned}$$

$a = 2$ ஆகும்போது $4a - 3$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{aligned} 4a - 3 &= 4 \times 2 - 3 \\ &= 8 - 3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

இனி நாம் இரண்டு தெரியாக் கணியங்களுடனான அட்சரகணிதக் கோவை ஒன்றில் தெரியாக் கணியத்துக்காக எண் பெறுமானங்களைப் பிரதியீடு செய்து அவ்வட்சரகணிதக் கோவையின் பெறுமானம் காண்போம்.

$x = 4$, $y = 5$ ஆகும்போது $3x + 4y$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 3 \times 4 + 4 \times 5 \\ &= 12 + 20 \\ &= 32 \end{aligned}$$

உதாரணம் 1

$x = 4$, ஆகும்போதும் $y = 2$ ஆகும்போதும் கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு அட்சரகணிதக் கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $x - y$

$x - y = 4 - 2 = 2$

(ii) $3x - y - 5$

$$\begin{aligned} 3x - y - 5 &= 3 \times 4 - 2 - 5 \\ &= 12 - 2 - 5 \\ &= 10 - 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$



பயிற்சி 12.5

1. $a = 4$ ஆகும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $3a - 5$ (ii) $5(a - 3)$ (iii) $15 - 2a$ (iv) $7a - 5$

2. x இற்கு வழங்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும் கோவை $6x - 4$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(i) $x = 1$ (ii) $x = 2$ (iii) $x = 5$

3. தரப்பட்டுள்ள பெறுமானத்தைப் பிரதியிட்டு ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $x = 4, y = 1$ ஆகும்போது $4x - 13y + 5$

(ii) $a = 3, b = 1$ ஆகும்போது $7a - 3b - 8$

(iii) $p = 6, k = 2$ ஆகும்போது $2p + k - 5$

பலவினப் பயற்சி

1. ஓர் அறையின் நீளம் அதன் அகலத்திலும் இரு மடங்கிலும் x மீற்றர் குறைவானதாகும். அறையின் அகலம் 3 m ஆகும். அறையின் நீளத்தைக் காண்பதற்கு x இலான அட்சரகணிதக் கோவையொன்றை எழுதுக.

2. ஒரு பேனையின் விலை ரூ. x ஆகும். நிமல் இவற்றில் 2 பேனைகளையும் 12 புத்தகங்களின் விலை ரூ. y யிலான புத்தகங் களில் 3 யும் வாங்கினார். இதற்குச் செலவான பணத்தை அட்சர கணிதக் கோவையாகத் தருக.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையையும் சொற்களில் விவரிக்க.

(i) $8 + \frac{y}{2}$ (ii) $16 - \frac{a}{3}$

4. சுருக்குக.

(i) $8a + 7b - 3 - 6b - 2a$ (ii) $6x + 5y - 6x - 3y$

5. $x = 7$, $y = 3$ ஆகும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானம் காண்க.

(i) $6x - 5y$ (ii) $7x - 3 - 6y$

6. மகன் பிறக்கும்போது தந்தைக்கு வயது 35 ஆகும்.

(i) மகனுக்கு x வயதாகும்போது தந்தையின் வயதுக்கான கோவையை எழுதுக.

(ii) தாய் தந்தையைவிட 4 வருடங்கள் குறைந்தவர். மகனின் வயது x வருடமெனின் தாயின் வயதுக்கான கோவையை எழுதுக.

(iii) தாய் மகனை விட எத்தனை வயது கூடியவர்?

சாராம்சம்

- ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையில் தெரியாக் கணியத்தின் முன்னே உள்ள எண் அத்தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் எனப்படும்.
- ஒரே தெரியாக் கணியத்தைக் கொண்ட அட்சரகணித உறுப்புகள் நிகர்ந்த உறுப்புகள் எனப்படும்.
- நிகர்த்த அட்சரகணித உறுப்புகளைக் கூட்டுவதன் மூலம் அல்லது கழிப்பதன் மூலம் ஓர் உறுப்பாகச் சுருக்கிக் கொள்ள முடியும்.
- வேறான தெரியாக்கணியங்களுள்ள அட்சரகணித உறுப்புகள் நிகராத உறுப்புகள் எனப்படும்.
- நிகராத அட்சரகணித உறுப்புகளைக் கூட்டுவதன் மூலம் அல்லது கழிப்பதன் மூலம் ஓர் உறுப்பாகச் சுருக்கிக் கொள்ள முடியாது.

சிந்தனைக்கு



வியாபாரி ஒருவர் 1 kg கத்தரிக்காய் வாங்கும் பணத்தைப் போல் இருமடங்கிலும் ரூ. 10 அதிகமாக வைத்து 1 kg கத்தரிக்காய்களை விற்பனை செய்கின்றார்.

1 kg பப்பாசி வாங்கும் பணத்தைப் போல் மூன்று மடங்கிலும் ரூ. 8 அதிகமாக 1 kg பப்பாசியை விற்பனை செய்கின்றார்.

1 kg கத்தரிக்காய், பப்பாசி என்பன வாங்கும் விலைகள் முறையே x, y ஆகும்.

(i) 1 kg கத்தரிக்காயும் 1 kg பப்பாசியும் வாங்க செலவழித்த தொகையைக் காணும் கோவையை எழுதுக.

(ii) 1 kg கத்தரிக்காயின் விற்பனை விலைக்கான கோவையை எழுதுக.

(iii) 1 kg பப்பாசியின் விற்பனை விலைக்கான கோவையை எழுதுக.

(iv) 1 kg கத்தரிக்காயும் 1 kg பப்பாசியும் விற்பதால் பெற்ற பணத்தைக் காணும் கோவையை எழுதுக.

(v) 1 kg கத்தரிக்காய் ரூ. 35 க்கும் 1 kg பப்பாசி ரூ. 20 க்கும் வாங்கினாரெனின் (i), (ii), (iii), (iv) க்கான பெறுமானங்களைக் காண்க.